半無限弾性地盤上の２つの基礎の地震応答

その３．（鉛直＋スウエイング＋ロッキング）振動

中　村　満　喜　男

Seismic Response of Two Foundations on an Elastic Half Space

Part 3. (Vertical+Swaying+Rocking) Vibration

Makio NAKAMURA

In this paper, the dynamic interaction between two foundations on an elastic half space subjected to propagating seismic waves is investigated analyticaly.
1. Vertical and horizontal components are thought for incident wave due to earthquake.
2. Rocking vibration of the two foundations are added to vertical and swaying vibrations.
3. The two foundations have respectively different width and different height.
From these three points of view, the interaction problems are treated analyticaly. But the problems are treated as being two dimensional problem.

1．まえがき

本論文は同題の論文３編[1),2),3)]の内容を拡張し，進展させたものである。前掲の論文において，２つの基礎下の応力分布をChebyshevの多項式で展開し，その係数を未知量とするマトリックス方程式を導き，最終的に２つの基礎の変位（複素数）と基礎底面の反力分布（複素数）を求めるという手法は，そのまま本論文にも採用されている。しかし前掲論文はこの手法の妥当性を検討する為に，解析対象の簡素化を行い，かなりの制限を設けて解析を行い，数値計算による検討も行い，若干の結論が得られている。その中で数値計算における演算時間が長すぎる事に問題があるが，これらの手法がかなり有効な方法であることは十分に確かめられた。そこで本論文では解析対象の簡素化という枠を取りはずすという作業を行い，解析対象のより一般化をはかり，それらを支配するパラメーターの間に生ずるカップリングについて検討を加える事を目的に式の展開を行っている。すなわち，

1．地震時における入射波として，上下動に加えて水平動を考慮に入れた事である。従って基礎のスウエイングによる振動が発生すると共に，上下動と水平動による基礎の応答に関しカップリングも当然期待される。
2．基礎のロッキング振動を考慮した事である。地動の成分として水平動を考えれば，基礎盤の厚さの影響により，主要な振動となることが予想される。
3．二つの基礎の大きさが違う場合について考慮がなされている事である。２つの基礎の巾の違いと，厚さの違いに２つのパラメーターを導入している。

以上主に３つの観点から式の表現の一般化を考え，それぞれのパラメーター間に生ずる応答に関し，質的・量的に検討を行う為に解析を行っている。

すなわち本論文は半無限弾性地盤上に存在する２つの基礎が地震のような伝播する波動を受けたときの挙動を，波動方程式の混合境界値問題として解析したものである。表示式は若干複雑ではあるが方法は非常に明快であり有効な手法と考えられる。

解析はすべて２次元問題として扱われており，基礎はＺ方向に一様であるとして扱われている。３次元問題への拡張も検討中であるが，積分表示等について式の展開が非常に複雑となり，まだ発表の段階に至っていない。

2．２つの基礎の振動方程式

問題を２次元として扱い，解析に用いられる基礎一地盤応答系を図１の様に考える。基礎Ａ・Ｂにはさまれた自由地表$2a$の中央に原点Ｏをとる。基礎Ａ・Ｂは剛体である。基礎Ａの基礎半巾をb，厚さをhとし，基礎Ｂの基礎半巾をηb，厚さを$\varkappa h$とする。無次元パラメーター

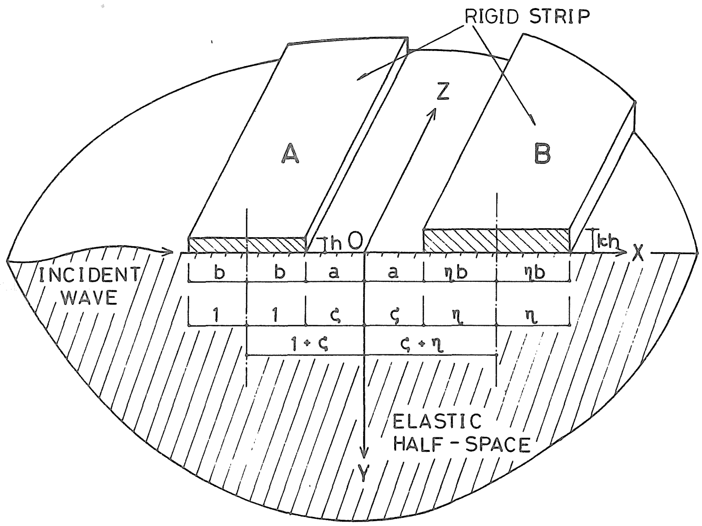

Fig. 1 Rigid Strip on an Elastic Half Space.

η と $\varkappa$ の種々の組合せにより，基礎A・Bの大きさの違いをすべてカバーすることが出来る。次式の様な無次元量を定義する。

$$\begin{cases} \zeta = a/b \\ x = \mathrm{X}/b \\ \eta = \text{B基礎半巾／A基礎半巾} \\ \varkappa = \text{B基礎厚さ／A基礎厚さ} \end{cases} \tag{1}$$

入射波はX方向に c_{I} の速度で伝播する，時間に関して定常な，X方向（水平動成分）とY方向（上下動成分）に振動する波動であり，次式で表わされる。

$$\mathbf{u}_{\mathrm{I}}\cdot e^{i\omega t} = (\mathrm{X}_{\mathrm{I}}\cdot \mathbf{e}_{\mathrm{X}} + \mathrm{Y}_{\mathrm{I}}\cdot \mathbf{e}_{\mathrm{Y}})\cdot e^{i(\omega t - \mathrm{k}_I \mathrm{X})} \tag{2}$$

ここに，X_{I} ：入射波の水平動の振幅

Y_{I} ：入射波の上下動の振幅

c_{I} ：自由地表における見かけ上の伝播速度

ω ：入射波の円振動数

k_{I} ：入射波の波数　ω/c_{I}

入射波が ω に関する定常波動であるから，応答系も定常振動することは明らかであり，以下の式の展開においては $\exp(i\omega t)$ は省略することにする。

基礎A・Bの任意の変位状態は図2に示されている様に①〜⑥の基本的な変位モードの線形和として表示することが出来る。①・②は基礎A・Bの鉛直変位に対する対称変位モードと逆対称変位モードであり，③・④は基礎A・Bの回転によって生ずる対称回転変位モードと逆対称回転変位モードであり，⑤・⑥は基礎A・Bの水平変位に対する対称変位モードと逆対称変位モードである。式(2)で表わされるような入射波に対する基礎A・Bの変位は次の様に書くことが出来る。

$$\begin{cases} \mathrm{U(X)} = u^{①}(\mathrm{X})\cdot\overline{\mathrm{A}}_5 + u^{②}(\mathrm{X})\cdot\overline{\mathrm{A}}_6 \\ \mathrm{V(X)} = v^{①}(\mathrm{X})\cdot\overline{\mathrm{A}}_1 + v^{②}(\mathrm{X})\cdot\overline{\mathrm{A}}_2 + v^{③}(\mathrm{X})\cdot\overline{\mathrm{A}}_3 \\ \qquad + v^{④}(\mathrm{X})\cdot\overline{\mathrm{A}}_4 \end{cases} \tag{3}$$

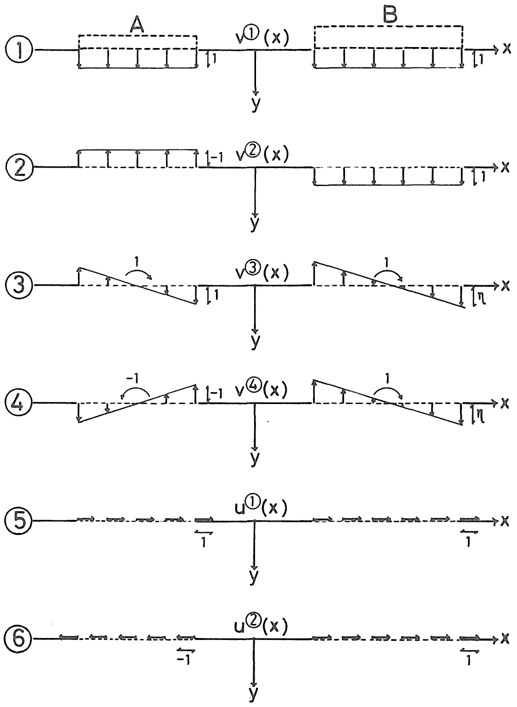

Fig. 2 Displacement Field for the Boundary

ここに $\overline{\mathrm{A}}_1 \sim \overline{\mathrm{A}}_6$ ：長さの次元を有する未知係数

$v^{①} \sim v^{④}$ ：図2に示される鉛直変位モード（無次元）

$u^{①}\cdot u^{②}$：図２に示される水平変位モード（無次元）

U(X)　：基礎A・Bの水平変位分布

V(X)　：基礎A・Bの鉛直変位分布

図２と式(3)を考慮すると，基礎A・Bの振幅は次の様になる。

A基礎鉛直変位振幅：$(\overline{A}_1-\overline{A}_2)$

A基礎回転角　：$(\overline{A}_3-\overline{A}_4)/b$

A基礎水平変位振幅：$(\overline{A}_5-\overline{A}_6)+0.5h(\overline{A}_3-\overline{A}_4)/b$

B基礎鉛直変位振幅：$(\overline{A}_1+\overline{A}_2)$

B基礎回転角　：$(\overline{A}_3+\overline{A}_4)/b$

B基礎水平変位振幅：$(\overline{A}_5+\overline{A}_6)+0.5\varkappa h\cdot(\overline{A}_3+\overline{A}_4)/b$

上記の鉛直変位・水平変位は各基礎の重心の変位を表わしており，回転角は各基礎の底面の中心回りの回転角を表わすものとする。これらの関係と図３の振動時における基礎の位置を考慮すると，基礎A・Bの変位はそれらの重心がまず鉛直方向に，次に水平方向に変位し，続いて底面中心回りにロッキングして生ずると考えられ，基礎A・Bの振動方程式は次の様に表わされる。基礎Aに対し

$$\left\{\begin{array}{l}-\overline{M}\cdot\omega^2\cdot(\overline{A}_1-\overline{A}_2)=\overline{Q}_A^S\\ -\overline{M}\cdot\omega^2\cdot\{(\overline{A}_5-\overline{A}_6)+\dfrac{h}{2}(\overline{A}_3-\overline{A}_4)/b\}=\overline{H}_A^S\\ -\overline{I}\,\omega^2\cdot(\overline{A}_3-\overline{A}_4)/b-\dfrac{h}{2}\cdot\overline{M}\cdot\omega^2\cdot\{(\overline{A}_5-\overline{A}_6)+\dfrac{h}{2}\\ \quad\cdot(\overline{A}_3-\overline{A}_4)/b\}=\overline{R}_A^S\end{array}\right.\tag{4}$$

基礎Bに対して

$$\left\{\begin{array}{l}-m\overline{M}\cdot\omega^2\cdot(\overline{A}_1+\overline{A}_2)=\overline{Q}_B^S\\ -m\overline{M}\cdot\omega^2\cdot\{(\overline{A}_5+\overline{A}_6)+\dfrac{\varkappa h}{2}(\overline{A}_3+\overline{A}_4)/b\}=\overline{H}_B^S\\ -\gamma\overline{I}\,\omega^2\cdot(\overline{A}_3+\overline{A}_4)/b-\dfrac{\varkappa h}{2}\cdot m\overline{M}\cdot\omega^2\cdot\{(\overline{A}_5+\overline{A}_6)+\\ \quad\dfrac{\varkappa h}{2}\cdot(\overline{A}_3+\overline{A}_4)/b\}=\overline{R}_B^S\end{array}\right.\tag{5}$$

但し
$$\left\{\begin{array}{l}\overline{Q}_A^S{}_{\text{ or B}}=\overline{Q}_A^R{}_{\text{ or B}}+\overline{Q}_A^D{}_{\text{ or B}}\\ \overline{H}_A^S{}_{\text{ or B}}=\overline{H}_A^R{}_{\text{ or B}}+\overline{H}_A^D{}_{\text{ or B}}\\ \overline{R}_A^S{}_{\text{ or B}}=\overline{R}_A^R{}_{\text{ or B}}+\overline{R}_A^D{}_{\text{ or B}}\end{array}\right.\tag{6}$$

式(4)・(5)の第１式は鉛直方向，第２式は水平方向，第３式は回転モーメントに関する振動方程式である。式(6)における諸量は次の通りである。

$\overline{Q}_A^S{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{H}_A^S{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{R}_A^S{}_{\text{ or B}}$：Scattered Wave によって生ずる基礎A・B底面の鉛直応力の合力，せん断応力の合力，鉛直応力による合モーメント

$\overline{Q}_A^R{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{H}_A^R{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{R}_A^R{}_{\text{ or B}}$：地震による入射波が存在しない時，基礎A・Bが変位 U(X)・V(X) を生ずると，基礎A・B底面に発生する鉛直応力の合力，せん断応力の合力，鉛直応力による合モーメント

$\overline{Q}_A^D{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{H}_A^D{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{R}_A^D{}_{\text{ or B}}$：入射波に対し基礎A・Bが固定されているとき，基礎A・Bの底面に生ずる鉛直応力の合力，せん断応力の合力，鉛直応力による合モーメント

$\overline{Q}_A^R{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{H}_A^R{}_{\text{ or B}}\cdot\overline{R}_A^R{}_{\text{ or B}}$　は次の様に基礎底面における応力の面積積分によって表わされる。

$$\left\{\begin{array}{l}\overline{Q}_A^R=b\cdot\sum\limits_{n=1}^{6}\int_{-(a+2b)}^{-a}\Phi_n(X)\,dX\\ \overline{Q}_B^R=b\cdot\sum\limits_{n=1}^{6}\int_{a}^{(a+2\eta b)}\Phi_n(X)\,dX\\ \overline{H}_A^R=b\cdot\sum\limits_{n=1}^{6}\int_{-(a+2b)}^{-a}T_n(X)\,dX\\ \overline{H}_B^R=b\cdot\sum\limits_{n=1}^{6}\int_{a}^{(a+2\eta b)}T_n(X)\,dX\\ \overline{R}_A^R=b\cdot\sum\limits_{n=1}^{6}\int_{-(a+2b)}^{-a}(X+a+b)\cdot\Phi_n(X)\,dX\\ \overline{R}_B^R=b\cdot\sum\limits_{n=1}^{6}\int_{a}^{(a+2\eta b)}(X-a-\eta b)\Phi_n(X)\,dX\end{array}\right.\tag{7}$$

ここに，$\Phi_n(X)$，$T_n(X)$ は図２における①×$\overline{A}_1$～⑥×$\overline{A}_6$の状態に対応する基礎底面の応力分布である。

次に入射波が $\mathbf{u}_I=(X_I\cdot\mathbf{e}_X+Y_I\cdot\mathbf{e}_Y)\cdot\exp(-i\cdot k_1X)$であ

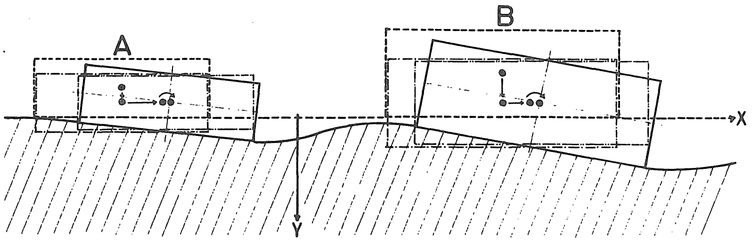

Fig. 3 Displacement of the two Foundations during the Vibration.

るから，添字Dに対応する諸量は次の様に定義される。

$$-\mathbf{u}_I=(-X_I\cdot\cos k_I X+i\cdot X_I\cdot\sin k_I X)\cdot\mathbf{e}_X+(-Y_I\cdot\cos k_I X+i\cdot Y_I\cdot\sin k_I X)\cdot\mathbf{e}_Y \quad (8)$$

基礎A・Bの底面の鉛直方向変位が $-Y_I\cdot\cos k_I X$ となる状態を⑦，$i\cdot Y_I\cdot\sin k_I X$ となる状態を⑧，基礎A・Bの底面の水平方向変位が $-X_I\cdot\cos k_I X$ となる状態を⑨，$i\cdot X_I\cdot\sin k_I X$ となる状態を⑩とし，それぞれの状態に対応する基礎底面の鉛直応力分布を $\Phi_7(X)\sim\Phi_{10}(X)$，せん断応力分布を $T_7(X)\sim T_{10}(X)$ とすると，

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{Q}^D_A=b\cdot\sum_{n=7}^{10}\int_{-(a+2b)}^{-a}\Phi_n(X)\,dX\\
&\overline{Q}^D_B=b\cdot\sum_{n=7}^{10}\int_{a}^{(a+2\eta b)}\Phi_n(X)\,dX\\
&\overline{H}^D_A=b\cdot\sum_{n=7}^{10}\int_{-(a+2b)}^{-a}T_n(X)\,dX\\
&\overline{H}^D_B=b\cdot\sum_{n=7}^{10}\int_{a}^{(a+2\eta b)}T_n(X)\,dX\\
&\overline{R}^D_A=b\cdot\sum_{n=7}^{10}\int_{-(a+2b)}^{-a}(X+a+b)\cdot\Phi_n(X)\,dX\\
&\overline{R}^D_B=b\cdot\sum_{n=7}^{10}\int_{a}^{(a+2\eta b)}(X-a-\eta b)\cdot\Phi_n(X)\,dX
\end{aligned}\right. \quad (9)$$

式(4)・(5)・(6)・(7)・(9)は結果の整理もしくは計算の便利さの為に次の無次元化を行う。

a）無次元基礎質量：M・I・m・γ

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{M}=h\cdot2b\cdot b\cdot\rho_{base}\qquad \overline{M}_{soil}=h\cdot2b\cdot b\cdot\rho_{soil}\\
&M=\overline{M}/\overline{M}_{soil}=\rho_{base}/\rho_{soil}\\
&\overline{M}=M\cdot(2hb^2\cdot\rho_{soil})
\end{aligned}\right. \quad (10)$$

$$m=\text{B基礎質量}/\text{A基礎質量}=\varkappa\eta \quad (11)$$

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{I}=\frac{2}{3}\cdot\rho_{base}\cdot b^2h\cdot(h^2+b^2)\\
&\overline{I}_{soil}=\frac{2}{3}\cdot\rho_{soil}\cdot b^2\cdot h\cdot(h^2+b^2)\\
&I=\overline{I}/\overline{I}_{soil}=\rho_{base}/\rho_{soil}\\
&\overline{I}=I\cdot\{\frac{2}{3}\cdot\rho_{soil}\cdot b^2h\cdot(h^2+b^2)\}
\end{aligned}\right. \quad (12)$$

$$\gamma=\overline{I}(\text{B基礎})/\overline{I}=\varkappa\eta\cdot\frac{(\varkappa^2h^2+\eta^2b^2)}{(h^2+b^2)} \quad (13)$$

b）無次元振動数：Ω

$$\left\{\begin{aligned}
&\Omega=(\omega/c_2)\cdot b\\
&\omega=(c_2/b)\cdot\Omega
\end{aligned}\right. \quad (14)$$

但し，c_2：地盤のせん断波速度

c）無次元振幅：$A_1\sim A_{10}$

未知係数として扱われる無次元振幅 $A_1\sim A_6$ は

$$A_j=\overline{A}_j/b \qquad j=1\sim6 \quad (15)$$

添字Dに関して生ずる $A_7\sim A_{10}$ は

$$A_j=\overline{A}_j/b \qquad j=7\sim10 \quad (16)$$

但し　$A_7=-Y_I/b$　　$A_8=iY_I/b$

　　　$A_9=-X_I/b$　　$A_{10}=iX_I/b$

d）無次元化された鉛直応力分布の合力：$Q^R_{A\text{ or }B}$・$Q^D_{A\text{ or }B}$・$Q^S_{A\text{ or }B}$

誘導部分は省き，結果のみを示す。

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{Q}^R_{A\text{ or }B}=(b^2\cdot\mu)\cdot\overline{Q}^R_{A\text{ or }B}\\
&Q^R_A=\sum_{n=1}^{6}A_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\sigma_n(x)\,dx\\
&Q^R_B=\sum_{n=1}^{6}A_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\sigma_n(x)\,dx
\end{aligned}\right. \quad (17)$$

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{Q}^D_{A\text{ or }B}=(b^2\cdot\mu)\cdot Q^D_{A\text{ or }B}\\
&Q^D_A=\sum_{n=7}^{10}A_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\sigma_n(x)\,dx\\
&Q^D_B=\sum_{n=7}^{10}A_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\sigma_n(x)\,dx
\end{aligned}\right. \quad (18)$$

$$Q^S_{A\text{ or }B}=Q^R_{A\text{ or }B}+Q^D_{A\text{ or }B} \quad (19)$$

但し，$\sigma_n(x)=\Phi_n(bx)/(A_n\cdot\mu)$

μ：地盤のせん断弾性係数

$\sigma_n(x)$：μで無次元化され，A_nで規準化された無次元鉛直応力度

e）無次元化されたせん断応力分布の合力：$H^R_{A\text{ or }B}$・$H^D_{A\text{ or }B}$・$H^S_{A\text{ or }B}$

結果のみを以下に示す。

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{H}^R_{A\text{ or }B}=(b^2\cdot\mu)\cdot H^R_{A\text{ or }B}\\
&H^R_A=\sum_{n=1}^{6}A_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\tau_n(x)\,dx\\
&H^R_B=\sum_{n=1}^{6}A_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\tau_n(x)\,dx
\end{aligned}\right. \quad (20)$$

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{H}^D_{A\text{ or }B}=(b^2\cdot\mu)\cdot H^D_{A\text{ or }B}\\
&H^D_A=\sum_{n=7}^{10}A_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\tau_n(x)\,dx\\
&H^D_B=\sum_{n=7}^{10}A_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\tau_n(x)\,dx
\end{aligned}\right. \quad (21)$$

$$H^S_{A\text{ or }B}=H^R_{A\text{ or }B}+H^D_{A\text{ or }B} \quad (22)$$

但し，$\tau_n(x)=T_n(bx)/(A_n\cdot\mu)$

$\tau_n(x)$：μで無次元化され，A_nで規準化された無次元せん断応力度

f）無次元化された鉛直応力分布による合モーメント：$R^R_{A\text{ or }B}$・$R^D_{A\text{ or }B}$・$R^S_{A\text{ or }B}$

結果のみを以下に示す。

$$\left\{\begin{aligned}
&\overline{R}^R_{A\text{ or }B}=(b^3\cdot\mu)\cdot R^R_{A\text{ or }B}\\
&R^R_A=\sum_{n=1}^{6}A_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}(x+\zeta+1)\cdot\sigma_n(x)\,dx\\
&R^R_B=\sum_{n=1}^{6}A_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}(x-\zeta-\eta)\cdot\sigma_n(x)\,dx
\end{aligned}\right. \quad (23)$$

$$\left\{\begin{aligned}&\overline{\mathrm{R}}^{\mathrm{D}}_{\mathrm{A\ or\ B}}=(b^3\cdot\mu)\cdot\mathrm{R}^{\mathrm{D}}_{\mathrm{A\ or\ B}}\\&\mathrm{R}^{\mathrm{D}}_{\mathrm{A}}=\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}(x+\zeta+1)\cdot\sigma_n(x)\,dx\\&\mathrm{R}^{\mathrm{D}}_{\mathrm{B}}=\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}(x-\zeta-\eta)\cdot\sigma_n(x)\,dx\end{aligned}\right. \tag{24}$$

$$\mathrm{R}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{A\ or\ B}}=\mathrm{R}^{\mathrm{R}}_{\mathrm{A\ or\ B}}+\mathrm{R}^{\mathrm{D}}_{\mathrm{A\ or\ B}} \tag{25}$$

基礎Ａ・Ｂの振動方程式(4)・(5)に式(6)〜(24)を代入し，無次元化の為の整理を行うと次式が得られる。

基礎Ａに対し，

$$\left\{\begin{aligned}&-2\varepsilon\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega^2\cdot(\mathrm{A}_1-\mathrm{A}_2)=\mathrm{Q}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{A}}\\&-2\varepsilon\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega^2\cdot\{(\mathrm{A}_5-\mathrm{A}_6)+0.5\varepsilon\cdot(\mathrm{A}_3-\mathrm{A}_4)\}=\mathrm{H}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{A}}\\&-\frac{2}{3}\varepsilon\cdot(\varepsilon^2+1)\cdot\mathrm{I}\cdot\Omega^2\cdot(\mathrm{A}_3-\mathrm{A})-\varepsilon^2\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega\cdot\{(\mathrm{A}_5-\\&\quad\mathrm{A}_6)+0.5\varepsilon\cdot(\mathrm{A}_3-\mathrm{A}_4)\}=\mathrm{R}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{A}}\end{aligned}\right. \tag{26}$$

基礎Ｂに対し，

$$\left\{\begin{aligned}&-2\varepsilon\cdot m\mathrm{M}\cdot\Omega^2\cdot(\mathrm{A}_1+\mathrm{A}_2)=\mathrm{Q}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{B}}\\&-2\varepsilon\cdot m\mathrm{M}\cdot\Omega^2\cdot\{(\mathrm{A}_5+\mathrm{A}_6)+0.5\varkappa\varepsilon\cdot(\mathrm{A}_3+\mathrm{A}_4)\}=\mathrm{H}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{B}}\\&-\frac{2}{3}\varepsilon\cdot(\varepsilon^2+1)\cdot\gamma\mathrm{I}\cdot\Omega^2\cdot(\mathrm{A}_3+\mathrm{A}_4)-\varepsilon^2\cdot\varkappa\cdot m\mathrm{M}\cdot\Omega^2\\&\quad\cdot\{(\mathrm{A}_5+\mathrm{A}_6)+0.5\varkappa\varepsilon\cdot(\mathrm{A}_3+\mathrm{A}_4)\}=\mathrm{R}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{B}}\end{aligned}\right. \tag{27}$$

但し，$\varepsilon=h/b$

式(26)・(27)は右辺の $\mathrm{Q}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{A\ or\ B}}$・$\mathrm{H}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{A\ or\ B}}$・$\mathrm{R}^{\mathrm{S}}_{\mathrm{A\ or\ B}}$ の中に未知係数 A_1〜A_6 を含んでいる。従って式(26)・(27)は未知量 A_1〜A_6 を未知ベクトルとするマトリックス方程式として表現出来る。少し長くなるが次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix}\mathrm{D}_{11}&\mathrm{D}_{12}&\mathrm{D}_{13}&\mathrm{D}_{14}&\mathrm{D}_{15}&\mathrm{D}_{16}\\\mathrm{D}_{21}&\mathrm{D}_{22}&\mathrm{D}_{23}&\mathrm{D}_{24}&\mathrm{D}_{25}&\mathrm{D}_{26}\\\mathrm{D}_{31}&\mathrm{D}_{32}&\mathrm{D}_{33}&\mathrm{D}_{34}&\mathrm{D}_{35}&\mathrm{D}_{36}\\\mathrm{D}_{41}&\mathrm{D}_{42}&\mathrm{D}_{43}&\mathrm{D}_{44}&\mathrm{D}_{45}&\mathrm{D}_{46}\\\mathrm{D}_{51}&\mathrm{D}_{52}&\mathrm{D}_{53}&\mathrm{D}_{54}&\mathrm{D}_{55}&\mathrm{D}_{56}\\\mathrm{D}_{61}&\mathrm{D}_{62}&\mathrm{D}_{63}&\mathrm{D}_{64}&\mathrm{D}_{65}&\mathrm{D}_{66}\end{Bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}\mathrm{A}_1\\\mathrm{A}_2\\\mathrm{A}_3\\\mathrm{A}_4\\\mathrm{A}_5\\\mathrm{A}_6\end{Bmatrix}=$$

$$\begin{Bmatrix}\displaystyle\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\sigma_n(x)\,dx\\\displaystyle\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\sigma_n(x)\,dx\\\displaystyle\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\tau_n(x)\,dx\\\displaystyle\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\tau_n(x)\,dx\\\displaystyle\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}_n\cdot\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}(x+\zeta+1)\cdot\sigma_n(x)\,dx\\\displaystyle\sum_{n=7}^{10}\mathrm{A}_n\cdot\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}(x-\zeta-\eta)\cdot\sigma_n(x)\,dx\end{Bmatrix} \tag{28}$$

但し，D_{ij} は次式で表わされる。

$$\mathrm{D}_{1j}=(-1)^j\cdot2\varepsilon\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega^2-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\sigma_j(x)\,dx\qquad j=1,\ 2 \tag{28・a}$$

$$\mathrm{D}_{1j}=-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\sigma_j(x)\,dx\qquad j=3\sim6 \tag{28・b}$$

$$\mathrm{D}_{2j}=-2\varepsilon\cdot m\mathrm{M}\cdot\Omega^2-\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\sigma_j(x)\,dx\qquad j=1,\ 2 \tag{28・c}$$

$$\mathrm{D}_{2j}=-\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\sigma_j(x)\,dx\qquad j=3\sim6 \tag{28・d}$$

$$\mathrm{D}_{3j}=-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\tau_j(x)\,dx\qquad j=1,\ 2 \tag{28・e}$$

$$\mathrm{D}_{3j}=(-1)^j\cdot\varepsilon^2\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega^2-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\tau_j(x)\,dx\qquad j=3,\ 4 \tag{28・f}$$

$$\mathrm{D}_{3j}=(-1)^j\cdot2\varepsilon\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega^2-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}\tau_j(x)\,dx\qquad j=5,\ 6 \tag{28・g}$$

$$\mathrm{D}_{4j}=-\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\tau_j(x)\,dx\qquad j=1,\ 2 \tag{28・h}$$

$$\mathrm{D}_{4j}=-\varepsilon^2\cdot\varkappa\cdot m\mathrm{M}\cdot\Omega^2-\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\tau_j(x)\,dx\qquad j=3,\ 4 \tag{28・i}$$

$$\mathrm{D}_{4j}=-2\varepsilon\cdot m\mathrm{M}\cdot\Omega^2-\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}\tau_j(x)\,dx\qquad j=5,\ 6 \tag{28・j}$$

$$\mathrm{D}_{5j}=-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}(x+\zeta+1)\cdot\sigma_j(x)\,dx\qquad j=1,\ 2 \tag{28・k}$$

$$\mathrm{D}_{5j}=(-1)^j\cdot\{\frac{2}{3}\varepsilon\cdot(\varepsilon^2+1)\cdot\mathrm{I}\cdot\Omega^2+0.5\varepsilon^3\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega^2\}-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}(x+\zeta+1)\cdot\sigma_j(x)\,dx\qquad j=3,\ 4 \tag{28・l}$$

$$\mathrm{D}_{5j}=(-1)^j\cdot\varepsilon^2\cdot\mathrm{M}\cdot\Omega^2-\int_{-(\zeta+2)}^{-\zeta}(x+\zeta+1)\cdot\sigma_j(x)\,dx\qquad j=5,\ 6 \tag{28・m}$$

$$\mathrm{D}_{6j}=-\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}(x-\zeta-\eta)\cdot\sigma_j(x)\,dx\qquad j=1,\ 2 \tag{28・n}$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
D_{6j}=-\dfrac{2}{3}\varepsilon\cdot(\varepsilon^2+1)\cdot\gamma I\cdot\Omega^2-0.5\varepsilon^3\cdot\varkappa^2\cdot mM\cdot\Omega^2 \\
\qquad -\displaystyle\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}(x-\zeta-\eta)\cdot\sigma_j(x)\,dx \\
\qquad\qquad\qquad j=3,\ 4 \qquad\qquad (28\cdot o) \\
D_{6j}=-\varepsilon^2\cdot\varkappa\cdot mM\cdot\Omega^2-\displaystyle\int_{\zeta}^{(\zeta+2\eta)}(x-\zeta-\eta)\cdot\sigma_j(x)\,dx \\
\qquad\qquad\qquad j=5,\ 6 \qquad\qquad (28\cdot p)
\end{array}
\right.
$$

式(28)において A_1～A_6が未知量であり，A_7～A_{10}は入射波の振幅に関する既知量である。左辺のマトリックスと右辺のベクトルの各要素は，要素中に含まれる鉛直応力度分布 $\sigma_n(x)$とせん断応力度分布 $\tau_n(x)$，$n=1$～10がわかっておれば各積分領域$\{-(\zeta+2)\sim-\zeta\}$と$\{\zeta\sim(\zeta+2\eta)\}$で積分を実行することによって得られ，式(28)の未知係数ベクトルは容易に求められる。

次に $\sigma_n(x)$ と $\tau_n(x)$は①～⑩の混合境界条件のもとで波動方程式を解くことによって求めることが出来る。

①～⑩の変位境界

$$
\left\{
\begin{array}{ll}
① & v^{①}(x)=1 \quad -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta \\
 & \qquad\qquad \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta) \\
② & v^{②}(x)=\begin{cases}1 & \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta)\\ -1 & -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta\end{cases} \\
③ & v^{③}(x)=\begin{cases}(x+\zeta+1) & -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta\\ (x-\zeta-\eta) & \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta)\end{cases} \\
④ & v^{④}(x)=\begin{cases}-(x+\zeta+1) & -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta\\ (x-\zeta-\eta) & \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta)\end{cases} \\
⑤ & u^{①}(x)=1 \quad -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta \\
 & \qquad\qquad \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta) \\
⑥ & u^{②}(x)=\begin{cases}1 & \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta)\\ -1 & -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta\end{cases} \\
⑦ & v^{⑤}(x)=\cos k_1bx \\
 & \qquad -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta \quad \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta) \\
⑧ & v^{⑥}(x)=\sin k_1bx \\
 & \qquad -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta \quad \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta) \\
⑨ & u^{③}(x)=\cos k_1bx \\
 & \qquad -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta \quad \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta) \\
⑩ & u^{④}(x)=\sin k_1bx \\
 & \qquad -(\zeta+2)\leqq x\leqq-\zeta \quad \zeta\leqq x\leqq(\zeta+2\eta)
\end{array}
\right. \qquad (29)
$$

①～⑩に共通の応力境界条件（自由地表の条件）

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\sigma_n(x)=0 \quad |x|<\zeta \quad x<-(\zeta+2) \quad x>(\zeta+2\eta) \\
\tau_n(x)=0 \quad |x|<\zeta \quad x<-(\zeta+2) \quad x>(\zeta+2\eta)
\end{array}
\right. \qquad (30)
$$

3．考　　察

基礎―地盤応答系の地震時における相互作用の問題を自由地表は応力零の境界，基礎下は変位境界で表わされる，いわゆる混合境界値問題として解析が行われている。解析に一般性を持たせる意図で，第1に入射波として上下動成分と水平動成分の2つを考え，第2に主に水平動にともなって基礎に励起するロッキング振動を考慮し，第3に2つの基礎の大きさの違いについて，基礎巾に関しη，基礎高さに関し$\varkappa$の2つのパラメーターを導入し基礎の大きさの違いのすべての場合をカバー出来る様に考慮し，解析を行っている。入射波として上下動のみを考慮し，同じ大きさの基礎A・Bの上下振動のみを考慮して解析を行った表示式と比較し，本論文で得られた表示式は若干複雑となっているが，この段階ではマトリックスの要素が増加した程度で，本質的に複雑となった部分は見当らない。マトリックス方程式を解く為にあらかじめ計算されるべき既知の各要素の解析に関しては次報で報告する予定である。この各要素の解析の段階で基本的に異なった複雑な部分が新たに加わることになる。

表示式の一般化という目的は本論文で概ね達成されたと思われる。しかし2次元問題から3次元問題への拡張は依然として残っている。

4．参考文献

1）中村満喜男：半無限弾性地盤上の二つの基礎の地震応答，その1.問題の定式化，愛知工業大学"研究報告" No. 15.(1980)

2）中村満喜男：半無限弾性地盤上の二つの基礎の地震応答，その2.数値計算とその結果，愛知工業大学"研究報告" No. 15.(1980)

3）中村満喜男：半無限弾性地盤上にある2つの剛基礎の振動性状について―2次元混合境界値問題としての定式化―，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭和55年9月。

（受理　昭和56年1月16日）