

室温変動に関する一考察

武藤 重郎

A Study for the Variation of the Room Temperature

Juro MUTO

This study is divided in two parts. Part 1 is the study for the influence of outdoor air temperature to the room temperature. Room temperature varies as the change of outside air temperature with the damping of the amplitude and the time lag of the variation. This study tries to get the approximate solutions of the damping and the time lag by the steady state formula.

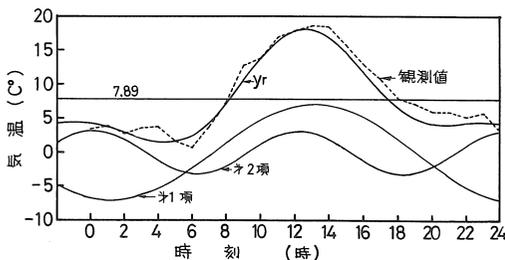
Part 2 is the study of the heat flow in and out the material from and to the room air, as the change of the room air temperature, with the approximate method of steady state formula.

1. 屋外気温の変化が室内温度に及ぼす影響

定常状態の熱損失においては、室内温度と屋外気温とは変化しないものとして計算する。しかし屋外気温は瞬時も一定に止ることはない。その結果壁体を貫流する熱量は常に変動している。したがって、暖房負荷を計算するには、現在行われている定常状態の計算では実状に即せず、正確には建物の熱容量を考慮して、不定常の熱伝導の計算法によらなければならない。

本問題に関しては従来から多数の研究が内外にあるが、いずれも数学的取扱の複雑なものであって、一般の実用には尚縁遠いものであるというのが実状である。著者は一つの実用的方法として下記のような研究を行った。

屋外気温は一日、および四季を通じて、大きく見れば、ある一定の形の下に変化している。その変化を完全に数学的に表すことは困難ではあるが、調和積分によればその近似的曲線を得ることは容易である。第1図は立川市



第1図

における一日の気温の毎時観測値を調和積分して第二項まで求めた結果である。すなわち

$$y_r = 7.89 + 7.18 \sin(x_r + 252^\circ 20') + 3.27 \sin(2x_r + 81^\circ 55') \dots (1)$$

ここに

$$x_r = 15t, \text{ 度}$$

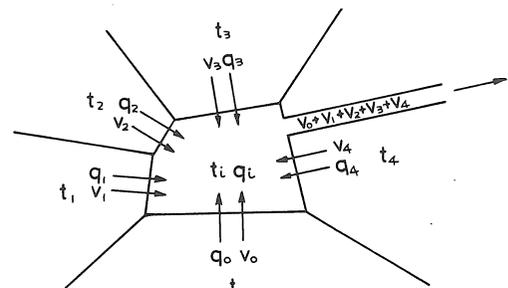
$$y_r = \text{気温}, \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t = \text{時間}, \text{ 時}$$

となる。

一般に年変化は12ヶ月を周期とする sine curve に似た変化をし、日変化は24時間を周期とする sine curve によく似た変化をする。それ故、全般の傾向を知るためには、これらを sine curve として解析してもその誤差は少ない。

建築物は簡単な木造家屋を除いては、一般に大きな熱容量をもっているから、構造体の中に大量の熱が蓄積されている。周囲の気温の高い時には、壁体は熱を吸収して蓄熱し、周囲の気温の低下する時には壁体は熱を放出して、室内気温の温度の低下を少くする。すなわち壁体は蓄熱器あるいは fly wheel の作用をするので、屋外気温の変化は外壁を通過する間にその振幅を減少し、周期にも遅れを生ずる。



第2図

いま第2図に示す空間を考える。室内温度を t_i とし、室外の気温をそれぞれ $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ とする。これらの各温度の変化はいずれも時間 θ の関数とする。 $d\theta$

表1 記号の説明

記号	説明	単位
αa	空気の比熱	Kcal/kg
ρa	空気の密度	kg/m ³
$V a$	室の体積	m ³
A_n	外壁の面積	m ²
R_n	外壁の熱貫流抵抗	°C/Kcal m ² h
M_n	外壁の熱容量	Kcal/°C
M_i	室内物体の熱容量	Kcal/°C
M_n'	外壁有効厚の熱容量	Kcal/°C
M_a	室内空気の熱容量	Kcal/°C
t_i	室内温度	°C
t_o	屋外気温	°C
v_n	換気量	cm ³ /h
q_n	供給熱量	Kcal/h
θ	時間	hr
ϕ_n	補正係数	ナシ
ϕ_i	補正係数	ナシ

後の屋外気温の変化は dt_n であり、室内温度の変化は dt_i である。この際における各量の変化はつぎのようになる。
すなわち

- (1) 室内空気の有する熱量…………… $M_a dt_i$;
- (2) 換気量 $\sum v_n d\theta$ が室内で吸収する熱量……………
…………… $\sum v_n \alpha a \rho a (t_i - t_n) d\theta$
- (3) 室内物体の有する熱量…………… $\sum \phi_i M_i dt_i$;

定常状態の熱伝導では、外壁を通る温度勾配は直線であるが、不定常の熱伝導では勾配は直線とならず、外部の温度の変化に従って、壁体内部の温度勾配が変化する。そのために、壁体が蓄熱器の作用をする。屋外気温の変化が壁体内部に及ぼす影響は、表面では外部の変化に近く、内部に進むに従って急激に減少する。著者はいま、壁の表面からある厚さを考え、この部分は外部の気温と同じ大きさの変化をするものとし、その全体の熱量の変化が実際の熱量と等しくなるようにするものとする。この厚さを有効厚と称し、その壁厚の部分の熱容量を M_n' とする。有効厚を差引いた残りの壁体は屋内の壁体と同様な取扱をする。

このような計算方法は定常状態の熱量計算の方法であるので不定常の正しい計算値とは異なる結果を生ずるものと考えられる。著者はこれらの誤差を補正するために室内側の熱容量に ϕ_i をかけ、屋外側の熱容量に ϕ_n をかけることとし、これら ϕ_i, ϕ_n はそれぞれの側の平均値と考えた。

- (4) 外壁に吸収された熱量……………
…………… $\sum M_n' \phi_n dt_n + \sum (M_n - M_n') \phi_i dt_i$
 - (5) 外壁を貫流して流出する熱量…………… $\sum \frac{A_n}{R_n} (t_i - t_n) d\theta$
 - (6) 室内に供給された熱量…………… $\sum q_n d\theta$
- 室温の変化はこれらの各変化量の代数和の結果として

生ずるものである。したがって、つぎの式が成立する。

$$M_a dt_i + \sum v_n \alpha a \rho a (t_i - t_n) d\theta + \sum M_i \phi_i dt_i + M_n' \phi_n dt_n + \sum (M_n - M_n') \phi_i dt_i + \sum \frac{A_n}{R_n} (t_i - t_n) d\theta = \sum q_n d\theta \dots\dots\dots (2)$$

両辺を $V a \alpha a \rho a$ で割り

$$dt_i + \sum \frac{v_n}{V a} (t_i - t_n) d\theta + \frac{\sum M_i + \sum M_n - \sum M_n'}{M_a} \phi_i dt_i + \sum \frac{M_n'}{M_a} \phi_n dt_n + \sum \frac{A_n}{R_n M_a} (t_i - t_n) d\theta = \sum \frac{q_n}{M_a} d\theta$$

両辺を $d\theta$ で割り整理すると

$$\left(1 + \phi_i \frac{\sum M_i + \sum M_n - \sum M_n'}{M_a} \right) \frac{dt_i}{d\theta} + \left(\sum \frac{v_n}{V a} + \sum \frac{A_n}{R_n M_a} \right) t_i = \sum \frac{q_n}{M_a} + \left(\sum \frac{v_n}{V a} t_n + \sum \frac{A_n}{R_n M_a} t_n \right) - \sum \phi_n \frac{M_n'}{M_a} \frac{dt_n}{d\theta} \dots\dots\dots (3)$$

いま、 t_1, t_2, \dots, t_n はすべて等しく t_n とし、かつ ϕ_n はすべて等しいとして ϕ_o とし、

$$A = 1 + \phi_i \frac{\sum M_i + \sum M_n - \sum M_n'}{M_a}$$

$$B = \sum \frac{v_n}{V a} + \sum \frac{A_n}{R_n M_a}$$

$$C = \sum \phi_o \frac{M_n'}{M_a}$$

とすれば、

$$A \frac{dt_i}{d\theta} + B t_i = \frac{\sum q_n}{M_a} + B t_n - C \frac{dt_n}{d\theta}$$

両辺を A で割り

$$\frac{dt_i}{d\theta} + \frac{B}{A} t_i = \frac{1}{A} \left(\sum \frac{q_n}{M_a} + B t_n - C \frac{dt_n}{d\theta} \right) \dots\dots\dots (4)$$

となる。

いま t_n は θ のみの関数である場合には、この式は一次の線形微分方程式であるから容易に解を求めることができる。すなわち、

$$\int \frac{B}{A} d\theta = \frac{B}{A} \theta$$

ゆえに

$$t_i = e^{-\frac{B}{A}\theta} \left\{ \int \frac{1}{A} \left(\sum \frac{q_n}{M_a} + B t_n - C \frac{dt_n}{d\theta} \right) e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta + C \right\}$$

$$= e^{-\frac{B}{A}\theta} \cdot \frac{1}{A} \cdot \sum \frac{q_n}{M_a} \int e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta + e^{-\frac{B}{A}\theta} \cdot \frac{1}{A} \int (B t_n - C \frac{dt_n}{d\theta}) e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta + C \cdot e^{-\frac{B}{A}\theta}$$

$$= \frac{\sum q_n}{B M_a} + e^{-\frac{B}{A}\theta} \cdot \frac{1}{A} \int (B \cdot t_n + C \frac{dt_n}{d\theta}) e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta + C \cdot e^{-\frac{B}{A}\theta} \dots\dots\dots (5)$$

すなわち、 θ 時間後の室内温度は、5式より求めることができる。

t_n が θ のみの関数である場合5式の中の積分は容易に求められる。いま

$$t_n = t_{nm} + t_{no} \sin \theta \quad \dots\dots\dots(6)$$

とすれば

$$\frac{dt_n}{d\theta} = t_{no} \cos \theta$$

$$\int (Bt_n + C \frac{dt_n}{d\theta}) e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta = \int \{ B(t_{nm} + t_{no} \sin \theta) - Ct_{no} \cos \theta \} e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta$$

$$= Bt_{nm} \int e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta + t_{no} \int (B \sin \theta - C \cos \theta) e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta$$

$$= At_{nm} e^{\frac{B}{A}\theta} + t_{no} \int (B \sin \theta - C \cos \theta) e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta$$

ここに

$$\int B \sin \theta e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta = B \frac{e^{\frac{B}{A}\theta} \left(\frac{B}{A} \sin \theta - \cos \theta \right)}{\left(\frac{B}{A} \right)^2 + 1}$$

$$\int C \cos \theta e^{\frac{B}{A}\theta} d\theta = C \frac{e^{\frac{B}{A}\theta} \left(\frac{B}{A} \cos \theta + \sin \theta \right)}{\left(\frac{B}{A} \right)^2 + 1}$$

ゆえに

$$t_i = \frac{\sum q_n}{BM_a} + e^{-\frac{B}{A}\theta} \left[t_{nm} e^{\frac{B}{A}\theta} + \frac{t_{no}}{A} \frac{A e^{\frac{B}{A}\theta}}{A^2 + B^2} \left\{ \sin \theta (B^2 - AC) - \cos \theta (AB + BC) \right\} + C e^{-\frac{B}{A}\theta} \right]$$

$$= \frac{\sum q_n}{BM_a} + t_{nm} + \frac{t_{no}}{A^2 + B^2} \left\{ \sin \theta (B^2 - AC) - \cos \theta (AB + BC) \right\} + C e^{-\frac{B}{A}\theta} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$\theta = 0$ なるときに、 $t_i = t_{io}$ とすれば

$$t_{io} = \frac{\sum q_n}{BM_a} + t_{nm} - \frac{t_{no}}{A^2 + B^2} (AB + BC) + C$$

$$C = t_{io} + \frac{t_{no}}{A^2 + B^2} (AB + BC) - \left(\frac{\sum q_n}{BM_a} + t_{nm} \right)$$

ゆえに

$$t_i = \frac{\sum q_n}{BM_a} + t_{nm} + \frac{t_{no}}{A^2 + B^2} \left\{ \sin \theta (B^2 - AC) - \cos \theta (AB - BC) \right\} + e^{-\frac{B}{A}\theta} \left\{ t_{io} + \frac{t_{no}}{A^2 + B^2} (AB + BC) - \left(\frac{\sum q_n}{BM_a} + t_{nm} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

となる。いま $\varphi = \tan^{-1} \frac{AB + BC}{B^2 - AC}$ とすれば、

$$\sin \theta (B^2 - AC) - \cos \theta (AB + BC) = \sqrt{(B^2 - AC)^2 + (AB + BC)^2} \cdot \sin(\theta - \varphi) = \sqrt{(A^2 + B^2)(B^2 + C^2)} \cdot \sin(\theta - \varphi) \quad \dots\dots\dots(9)$$

ゆえに

$$t_i = \sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}} t_{no} \cdot \sin(\theta - \varphi) + \left(\frac{\sum q_n}{BM_a} + t_{nm} \right) + e^{-\frac{B}{A}\theta} \left\{ t_{io} + \frac{B(A + C)}{A^2 + B^2} t_{no} - \left(\frac{q_n}{BM_a} + t_{nm} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(10)$$

θ の値が ∞ となれば $e^{-\frac{B}{A}\theta} = 0$ となる。したがって、

$$t_i = t_{nm} + \sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}} t_{no} \sin(\theta - \varphi) + \frac{\sum q_n}{BM_a} \quad \dots\dots\dots(11)$$

となり屋外気温の振幅 t_{no} は室内では $\sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}} t_{no}$ となる。 $\sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}}$ は通常 1 より小さい値であって、振幅の減少の割合を示す値であり、 φ は振動周期の時間的遅れを示す値である。

A, B, C の数値が与えられるときは、これらの値は容易に計算することができる。いま、上式で室温を一定値として、供給熱量 q_n を変動すると考えると、

$$q_n = (t_i - t_{nm}) BM_a - \sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}} t_{no} \sin(\theta - \varphi) \cdot BM_a \quad \dots\dots\dots(12)$$

また、 $B \cdot M_a = \sum v_n \cdot \alpha_a \cdot \rho_a \cdot \sum \frac{A_n}{R_n}$ 、であるから、

$$q_n = \left(\sum v_n \cdot \alpha_a \cdot \rho_a + \sum \frac{A_n}{R_n} \right) (t_i - t_{nm}) - \left(\sum v_n \cdot \alpha_a \cdot \rho_a + \sum \frac{A_n}{R_n} \right) \sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}} \cdot t_{no} \sin(\theta - \varphi)$$

$$q_n = \left(\sum v_n \cdot \alpha_a \cdot \rho_a + \sum \frac{A_n}{R_n} \right) \left\{ (t_i - t_{nm}) - \sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}} t_{no} \sin(\theta - \varphi) \right\} \quad \dots\dots\dots(13)$$

となり、第13式において第一項は室温と屋外平均気温との間の温度差による熱損失を示し、第二項は屋外気温の変動量が室の熱損失に及ぼす影響と考えることができる。すなわち、外壁の厚さが大となればAの値が大となり、 $\sqrt{\frac{B^2 + C^2}{A^2 + B^2}}$ は次第に小となる。その結果、熱損失は第一項の値に近づくことになる。また第13式においては、屋外気温は振幅の減少の分だけは補正すべきことを示している。

以上の計算は外壁を有効厚の部分とその残りの部分に分けて考えたのであって、厳密な理論的な解法ではないが、係数 ϕ_i および ϕ_n を適当に定めると、普通に用い

られる壁厚の建築物に対しては近似的な結果が得られる。
 つぎに数値計算に関する一例を示すことにする。
 等質半無限の壁体の不定常熱伝導はフーリエー、ポアソンの熱伝導の公式により

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = h^2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \dots\dots\dots(14)$$

ここに

- h^2 = 温度伝播率
- θ = 時間
- x = 表面からの距離
- t = 温度

で示され、屋外気温の変化が sine curve で示されるときは、

$$t = A e^{-\frac{x}{h} \sqrt{\frac{W}{2}}} \cdot \cos\left(W\theta - \frac{x}{h} \sqrt{\frac{W}{2}}\right) \dots\dots\dots(15)$$

ここに

A = 振幅

$$W = \frac{2\pi}{T}$$

T = 周期

この式では、振幅は x が大となるとともに減少し、周期の遅れは x が大となるとともに増大する。いま $B = -\frac{1}{h} \sqrt{\frac{W}{2}}$ とすれば $e^{-\frac{x}{h} \sqrt{\frac{W}{2}}} = e^{-\beta x}$ となり、 x とともに減少する振幅の減少率を示す。不定常熱伝導における外部の気温の変化が壁体内部に及ぼす影響はこの曲線と同形であると仮定する。

外壁の厚さ dx について考える。屋外気温の変化を dt_n とすれば、 x 点における影響は $e^{-\beta x} \cdot dt_n$ である。壁の体積は $A_n dx$ であるから、この中に含まれた熱量の変化は

$$H = \int_0^x \alpha_n \cdot \rho_n \cdot A_n \cdot dx \cdot e^{-\beta x} dt \dots\dots\dots(16)$$

である。いま dt_n を一定と考えると、

$$H = \alpha_n \rho_n A_n dt \int_0^x e^{-\beta x} \cdot dx$$

$$= \alpha_n \cdot \rho_n \cdot A_n \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta x}) \cdot dt_n \dots\dots\dots(17)$$

となる。17式のうち、 $\frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta x})$ を x 点までの熱蓄積上の有効厚と考えて、この有効厚については dt_n は何ら変減少することなし、そのまま壁の温度が変化すると仮定する。

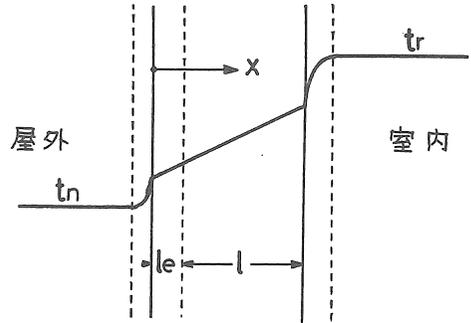
いま第3図のようなコンクリート壁の熱貫流について考える。コンクリートの $\beta = 8^*$ であるから有効厚は

$$l_e = \frac{1}{8} (1 - e^{-8l})$$

$$M_n = \alpha_n \rho_n A_n \frac{1}{8} (1 - e^{-8l})$$

となる。

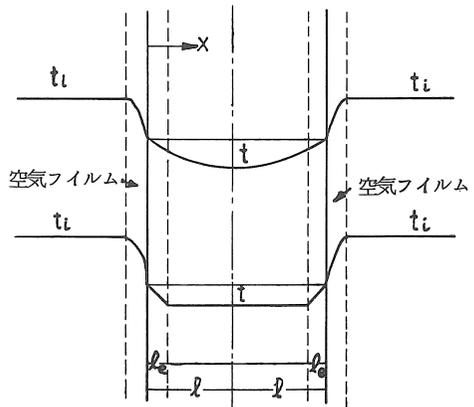
この値は熱伝播率 h と周期 T とに関係して変化する。 $\beta = 8$ は一日周期の場合の値である。



第3図

2. 壁体の加熱および冷却

建築物に暖房装置が設備されて室内温度を屋外気温より高く維持するとき、建築物の構造体、および室内にある物体は次第に加熱されて、遂には室内温度と等しくなる。室内温度を t_i 、物体の表面の熱伝達抵抗を R_i とする。物体の温度 t が t_i よりも低くければ、熱は室内空気より物体内へ流入する。流入の際には、表面の空気のフィルムと物体自身の伝熱抵抗がある。物体自身の抵抗は定常状態の熱伝導ではないから前述の場合と同様に等価厚を考えその厚さの抵抗が内部へ流入する熱の流量を制限し、それより内部では瞬間的に拡散すると考えて、この問題を解けば比較的容易に近似的な解を得ることができる。



第4図

脚注* 渡辺要：建築計画原論 p.182.

第4図はこの関係を示したものである。いま室内温度が t_i 、室内物体の温度が t なるとき時間 $d\theta$ の間に物体の温度が dt 上昇したとすれば、

$$\phi M_i dt = \frac{A}{R_i + \frac{\ell_e}{\lambda}} (t_i - t) d\theta$$

$$dt = \frac{\frac{A}{R_i + \frac{\ell_e}{\lambda}} (t_i - t)}{\phi M_i} d\theta \quad \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

- A = 物体の表面積, m²
- M_i = 室内物体の熱容量 = V_i · α_i · ρ_i
- ℓ_e = $\frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta \ell})$
- ℓ = 物体の表面より中心までの距離, m
- λ = 物体の熱伝導率, Kcal/m.h°C
- φ = 補正係数

これを変形して

$$\frac{dt}{t_i - t} = \frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \cdot d\theta$$

これを解き

$$-\log(t_i - t) = \frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \theta + C \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここにCは積分常数である。いま $\theta = 0$ なるとき、 $t = t'$ とすれば、 $C = -\log(t_i - t')$ である。したがって、

$$\log(t_i - t') - \log(t_i - t) = \frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \cdot \theta$$

$$\log \frac{t_i - t'}{t_i - t} = \frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \cdot \theta$$

ゆえに、 $t = t_i - \frac{t_i - t'}{\frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \cdot \theta} \quad \dots\dots\dots(20)$

または、 $\theta = \frac{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)}{A} \log \frac{t_i - t'}{t_i - t} \quad \dots\dots\dots(21)$

θの値が充分大となれば、 $t = t_i$ となり物体と室内温度とは等しくなる。

室内温度が室内物体の温度より低くなる時には、逆に物体に熱が流出する。この熱量はθ時間後の物体の平均温度を求めその降下した温度の値を物体の熱容量にかけると求められる。θ時間後の物体の温度は21式より求められる。すなわち、

$$t' - t = t' - t_i - \frac{t' - t_i}{\frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \theta}$$

$$= (t' - t_i) \left\{ 1 - \frac{1}{\frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \theta} \right\} \quad \dots\dots\dots(22)$$

したがってθ時間内に物体から流出する熱量θはつぎの式で示される。すなわち、

$$Q = \phi M_i (t' - t)$$

$$= \phi M_i (t' - t_i) \left\{ 1 - \frac{1}{\frac{A}{\phi M_i \left(R_i + \frac{\ell_e}{\lambda} \right)} \theta} \right\} \quad \dots\dots\dots(23)$$

で表わされる。

おわりに

この研究はまだ未完成のもので補正係数は精算値と比較し、あるいは実際の熱的特性の実験によりその値を決定しなければならない。この方面の方々の御教示を賜われば幸いです。

(受理 昭和55年1月16日)