

軟鋼軸の塑性ねじりに関する実験

第3報 円形・正方形及び長方形断面を有する軸

機械工学科 伊 藤 實

Plastic Torsion Tests with Mild Steel Shafts No.3, Shafts with Circular, Square and Rectangular Cross Section

by Minoru ITŌ

和文概要 断面積が同じで、異なる断面形状を持つ軟鋼軸の弾塑性捩り実験を行い、捩りモーメント・捩れ角と軸表面に発生、成長するリューダース帯及び発達する塑性域との関係を明らかにし、軸に垂直な横断面のひずみ模様を検出することによって、弾性域内に発生・成長する塑性域の模様を示した。又無限大の捩り角を与えれば応力の不連続線が生ずることが予想されることを確めた。実在の軸材についての近似的な降伏点捩りモーメントを求め、純塑性応力状態を仮定した理論値との比較を行ない、本実験の場合には最大せん断応力一定の塑性条件のもとに計算された理論値とよく一致することを明らかにした。

1. 緒 言

降伏点荷重を求める問題は、材料の塑性変形機構の解明ならびに塑性設計に関する基礎的資料を得るための重要な課題である。さきに切欠きを持つ軟鋼製の薄い長方形断面のほりに対して塑性曲げ実験⁽¹⁻³⁾を行い、塑性域の発達と曲げモーメントとの関係を詳細に観察し、降伏点曲げモーメントを測定した。ここに、降伏捩りを受ける軸材の降伏点捩りモーメントを求めることは基礎的な問題として実用上重要であり、ことに本邦で製造・市販されている実在の材料の特質を考慮に入れる場合の解析は実験的手段によらねばならない。

本実験では円形・正方形及び長方形の断面形状を有し、断面積を同一とした軟鋼材を用い、これに弾塑性捩りを与え、その各段階において軸の表面に発生するリューダース帯と軸の表面及び横断面に発生・成長する塑性域の様子を詳細に観察し、近似的な降伏点捩りモーメントの値を測定して完全塑性材料として計算された理論値⁽⁴⁻⁶⁾と比較し本実験の場合には最大せん断応力一定の塑性条件のもとに計算された値とよく一致することを明らかにした。この種の問題に対する従来の研究としては A. NADAI⁽⁷⁾により円形・正方形及び長方形断面軸の軟鋼軸材による横断面のひずみ模様を示されているが、本実験では本邦にて製造・市販されている実在の材料を使用し塑性域の

発達により詳細な観察をなし、さらに、軸材の塑性ねじりによる実験的解析の手がかりを得ることが出来た。

2. 実験方法

2.1 試験片 素材としては、S35C引抜鋼材を880°Cで90分焼ならしたものをを用いた。この材料の化学成分および機械的性質を表1,2に示す。本実験では断面形

表1 化学成分(%)

C	Si	Mn	P	S	F.
0.36	0.21	0.65	0.018	0.027	残余

表2 機械的性質

縦弾性係数 E Kg/mm ²	剛性率 G Kg/mm ²	降伏点 σ_s Kg/mm ²	引張強さ σ_B Kg/mm ²	伸び φ %	絞り ψ %
2.14×10^4	8.25×10^3	38.1	60.8	23.3	31.0

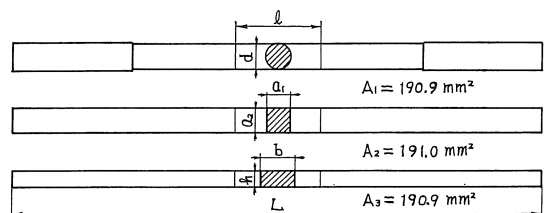


図1 試験片の形状

状が円形・正方形及び長方形の三種類の試験片を用い断面面積は同一とした。なお試験片の表面はリュウダース帯を観察するため鏡面のごとくみがいた。図1に試験片の形状を示す。ここに各部の称呼寸法は

$$d=15.59\text{ mm}, a_1=a_2=13.82\text{ mm}, b=2h=19.54\text{ mm}, h=9.77\text{ mm}, \ell=50.00\text{ mm}$$

であり、 A_i は断面積 ($i=1,2,3$), ℓ は標点間距離を示す, 尚 L は全長で $310 \pm 1\text{ mm}$ である。

2.2 実験方法 実験には容量 50 Kg の振り重錘槓棒式精密振り試験機を用い, 捩れ角の測定は光挺子による。荷重は手動によって静かに加え, 各荷重段階における荷重速度は常に一定になるように注意した。最初のリュウダース帯が発生するまでは, 荷重が一定量増加することに捩れ角を測定し, 以後はリュウダース帯の発生状態の変化が顕著となる場合を逐次選び, 荷重及び捩れ角を測定すると同時にリュウダース帯の発達の様態を撮影した。降伏域がある程度広がると, 試験片内の局部的なねじりが著しくなるために荷重が不安定になる。この場合には荷重が安定してから, 捩れ角の測定及びリュウダース帯の撮影を行い, さらに荷重を増すようにした。負荷終了は降伏域が稜線に接近し, 明らかに硬化域にある時とした。次に試験片の一部を切り取り, エッチングを施してひずみ模様を検出した⁽¹⁾。また一部の試験片は断面の降伏域の発達状態を観察するため適当な荷重段階で除荷し同様の処理を施した。

3. 実験結果および考察

三種類の試験片について実験結果を示せば図2~4のようになる。ここに, 各図の縦軸は振りモーメント T , 横軸は捩れ角 θ である。実験点を結べば実線で示されるような $T-\theta$ 図が得られる。図2'~4'はこれらの図と対比するために, 試験片の表面に発生・成長するリュウダース帯の発達状態を, 図2''~4''は試験片の横断面及び表面における塑性域の発達状態を示したものである。

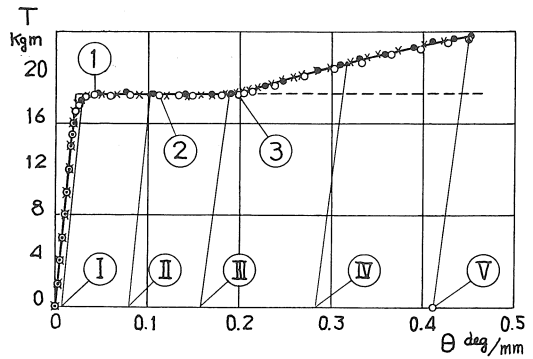


図2 円形断面軸の $T-\theta$ 図

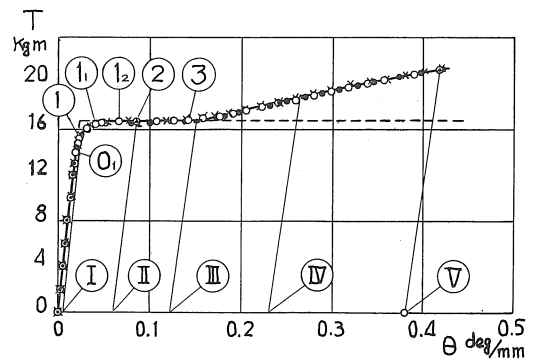


図3 正方形断面軸の $T-\theta$ 図

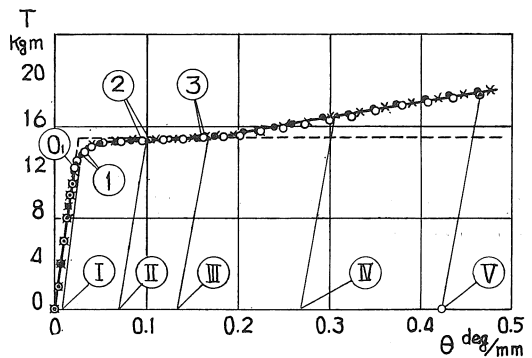


図4 長方形断面軸の $T-\theta$ 図

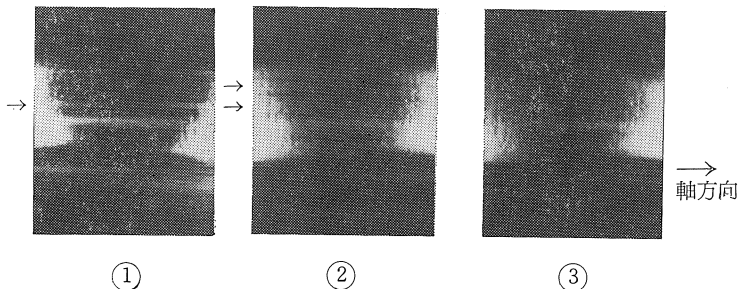


図2' 円形断面軸の表面のリュウダース帯

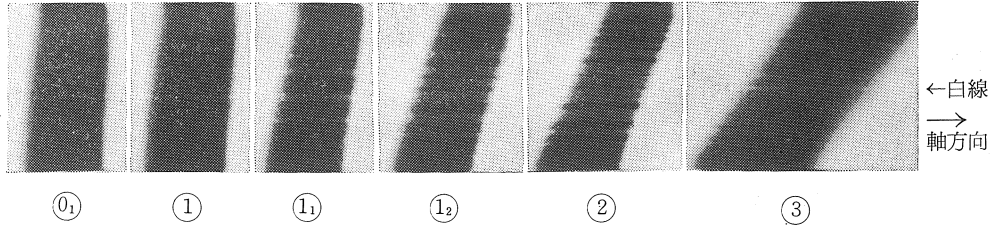


図 3' 正方形断面軸の表面のリュウダース帯

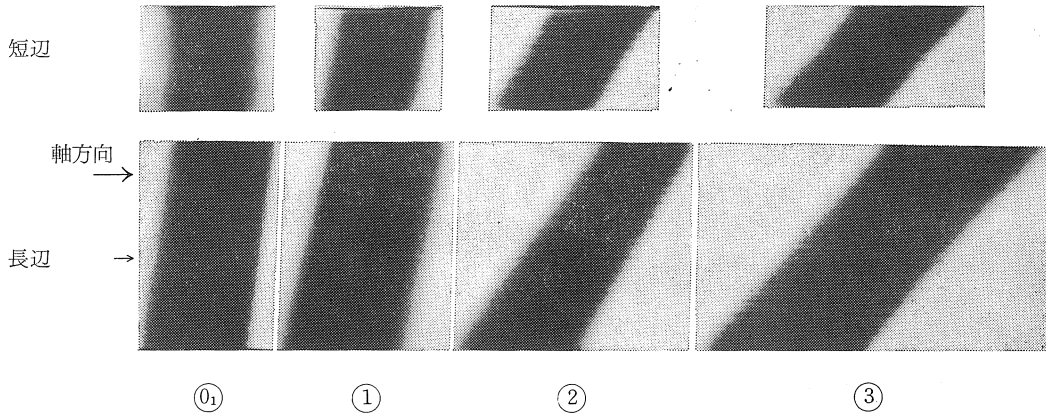


図 4' 長方形断面軸の表面のリュウダース帯

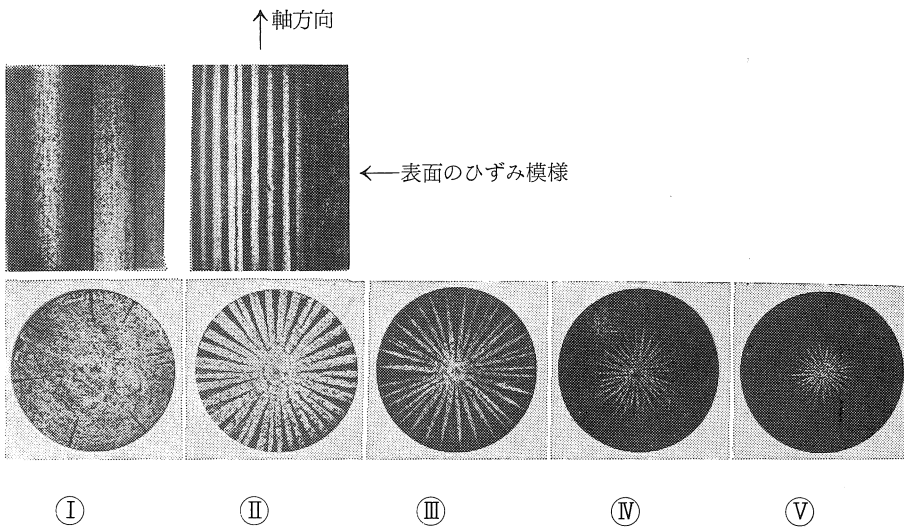


図 2'' 円形断面軸の横断面のひずみ模様

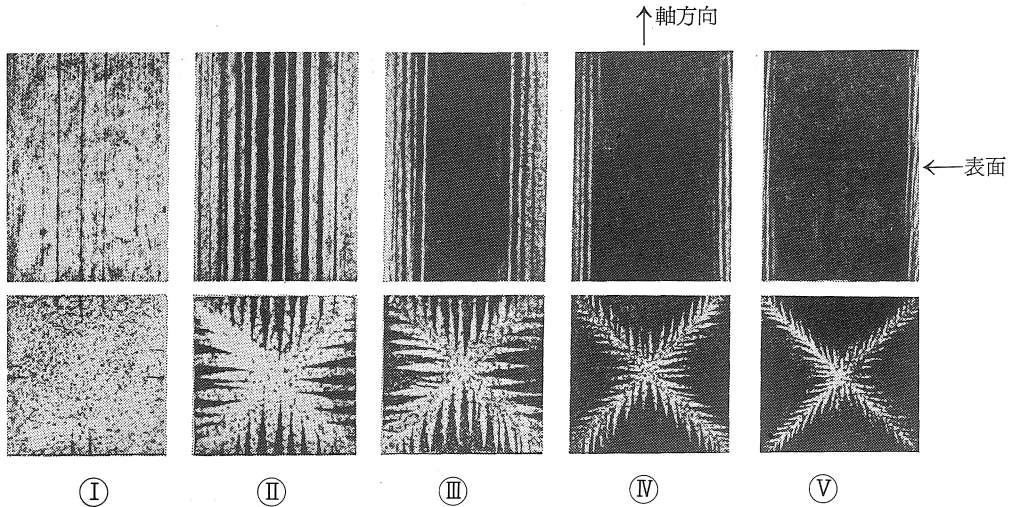


図 3'' 正方形断面軸の表面及び横断面のひずみ模様

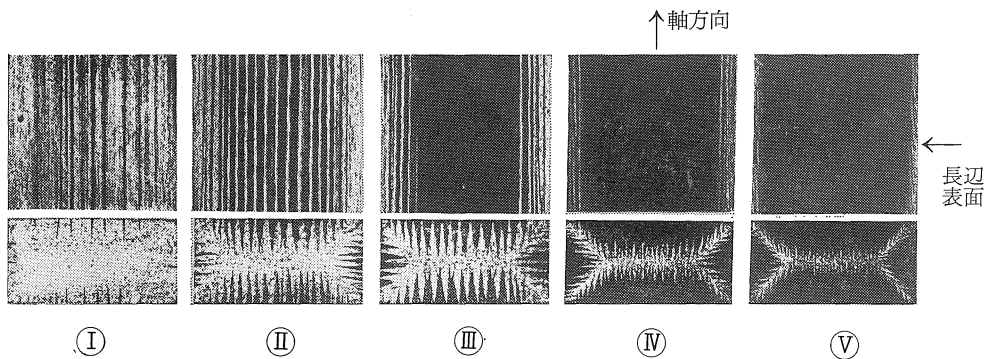


図 4'' 長方形断面軸の長辺表面及び横断面のひずみ模様

リュウダース帯の写真は○印の試験片の場合（ただし長方形断面の軸においては○印で長辺を、●印で短辺）を示し、ひずみ模様の写真は図に示される荷重段階で除荷した試験片の場合である。これらの写真の番号は図中の番号に対応する。

3・1 T-θ 図とリュウダース帯及び塑性域の発達

図 2~4, 図 2'~4' 及び図 2''~4'' により、T-θ 図とリュウダース帯及び塑性域の発達との関係を要約すれば、次のように述べる事ができる。最初のリュウダース帯は弾性振りにより外皮せん断応力が降伏応力に達する丸棒表面及び応力が集中しせん断応力が最大になる個所、すなわち横断面の図心から最も近い輪郭線上の点に発生する。写真 (0₁)。この段階における塑性変形は弾性変形とほぼ同程度の大きさととどまるものと考えられる。T が増加して降伏が進むとリュウダース帯は輪郭線に対して垂直

に発達し、かつ、巾を増す。進んだ領域は図心に向かって進み、長方形断面軸においてはやがて短辺側にも同様な現象が起り①(I)。T-θ 図は急激な曲りを生ずる。次の荷重段階ではすでに発生したリュウダース帯が成長すると同時にそれらの隣接部分に新たなリュウダース帯が数多く発生して局部的なすべりがさかんに起る。したがってTに対するθの増加が著しくなり弾性域は狭まる。リュウダース帯は数・巾を増し、進んだ領域は成長する、②(II)。さらに振りが進むとリュウダース帯は稜線の近傍を残すまでに広がり、断面では塑性域が図心に向かってしだいに移動し、表面では降伏完了点に達するものと考えられる、③(III)。なおこの時正方形断面軸の表面では軸方向ほぼ中央の一部ひずみ硬化を表わす(リュウダース帯の中に)白線が生じ、以後ひずみ硬化域が塑性域中に発生・成長するものと考えられる。次の段階④(IV)

では振りに対する抵抗が大きくなり θ に対して T は徐々に増加する。この時断面では弾性域が減少し (Ⅳ) (Ⅴ), 表面より図心に向かってひずみ硬化が進む。このことは $T-\theta$ 図からも明らかである。(Ⅴ) のように弾性域が狭くなると応力はその中で急激に変化する。そして $\theta \rightarrow \infty$ の極限において弾性域は図5に示すように点及び直線化

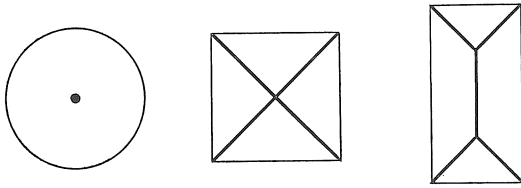


図 5

し応力の不連続線⁽⁵⁾ となることが予想される。

3・2 降伏点振りモーメント 図2'~4'に示すリューダース帯の発達状態から③においてはリューダース帯はほぼ表面全域にわたって発達した状態にあることがわかる。一方図2~4の実験結果から③の点を越えて変形を進めるにはさらに大きな振りモーメントを必要とする。すなわち、ひずみ硬化を伴うため③の点を越えると $T-\theta$ 図の θ 軸に対するこう配が急に増加することが認められ③の点の位置は容易に求まる。かくしてひずみ硬化を起す直前、すなわち③に対する振りモーメントは近似的に完全塑性材料に対する降伏点振りモーメント T_0 を与えるものである。すなわち図2~4に破線で示したごとく③の点を通る水平線と弾性部分の延長とを結ぶ $T-\theta$ 図は本実験で用いた軸材を完全塑性材料と考えた場合を表すものとみなしてよい。またこのことは、各横断面のひずみ模様 (Ⅲ) と対比すればより明らかに知ることが出来る。〔又 (Ⅲ) に示す如き軸の横断面のひずみ模様より逆に降伏点振りモーメントを求めることが出来る。〕 各試験片の降伏点振りモーメント T_0 及び T_{0th} によって弾性的に振られると仮定した最大捩れ角 θ_0 を図2~4から、図に示したように破線の交点から求めれば表3

表 3 降伏点ねじりモーメントおよび弾性的最大ねじれ角

断面形状	T_0	T_{0th}		T_{0th}/T_0		θ_0	θ_{0th}	
		$\kappa = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$	$\kappa = \frac{\sigma_s}{2}$	$\kappa = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$	$\kappa = \frac{\sigma_s}{2}$		$\kappa = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$	$\kappa = \frac{\sigma_s}{2}$
円形	18.60	21.82	18.90	1.17	1.02	0.022	0.026	0.023
正方形	16.75	19.35	16.76	1.16	1.00	0.023	0.026	0.023
長方形	14.95	17.10	14.80	1.14	0.99	0.026	0.028	0.025

のようになる。無限に大きな相対的捩れ角に対してあらわれる純塑性応力状態⁽⁶⁾ を仮定した降伏点振りモーメント T_{0th} および T_{0th} によって弾性的に振られると仮定した捩れ角 θ_{0th} は次式で与えられる。

円形断面に対して

$$T_{0th} = \frac{2}{3} \pi \kappa \left(\frac{d}{2}\right)^3, \quad \theta_{0th} = \frac{32T_{0th}}{\pi d^4 G}$$

正方形断面に対して

$$T_{0th} = \frac{8}{3} \kappa \left(\frac{a}{2}\right)^3, \quad \theta_{0th} = \frac{T_{0th}}{0.141 a^4 G}$$

長方形断面に対して

$$T_{0th} = \frac{3}{4} \kappa \left(\frac{h}{2}\right)^2 \left(\frac{3b}{2} - \frac{h}{2}\right), \quad \theta_{0th} = \frac{T_{0th}}{0.229 b h^3 G}$$

(1)式において κ は塑性条件によって定まる定数であり、

$$\text{せん断応力強度一定の条件にしたがえば } \kappa = \tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$$

$$\text{最大せん断応力一定の条件にしたがえば } \kappa = \tau_s = \frac{\sigma_s}{2}$$

である、それぞれの κ の値に対して計算した結果を表3に合せて示す。表3よりあきらかなように最大せん断応力一定の条件における計算値は実験値とよく一致している。

3・3 断面形状の違いによる $T/T^* - \theta/\theta^*$ 図の比較

円形断面の軸材の理想化された $T-\theta$ 図における T_0 及び θ_0 をあらためて T^* 及び θ^* とし、実在の $T-\theta$ 図における T 及び θ を T^* 及び θ^* でそれぞれ除したも

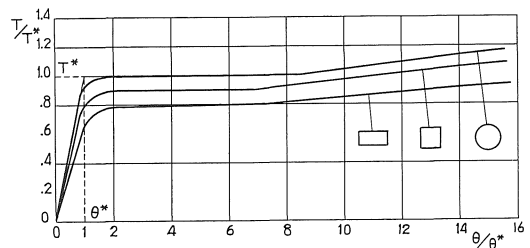


図 6 $T/T^* - \theta/\theta^*$ 図

の、すなわち T/T^* を縦軸に θ/θ^* を横軸にとって $T-\theta$ 図を無次元化したものが図6である。これによって断面積が同一である軸材の降伏点振りモーメント及び弾塑性域における振りに対する強さは

円形断面 > 正方形断面 > 長方形断面
であることを明らかにし

た。

4. 結 言

断面形状が円形・正方形及び長方形で同じ断面積を有する軟鋼軸の弾塑性捩り実験を行い、捩りモーメント・捩れ角の関係を求め、軸表面に生ずるリューダース帯及びひずみ模様と横断面のひずみ模様を検出することによって塑性域の発生・成長と $T-\theta$ 図との関係を明らかにし、無限大の捩り角を与えれば応力の不連続線が生ずることが予想されることを確かめた。又市販されている実在の軸材についての近似的な降伏点捩りモーメントを求め、純塑性応力状態を仮定した理論値との比較を行ない、本実験の場合には最大せん断応力一定の塑性条件のもとに計算された理論値がよく一致することを明らかにした。又断面積が同一である軸材の降伏点捩りモーメント及び弾塑性域における捩り強さは

円形断面 > 正方形断面 > 長方形断面

であることを確かめた。

最後に、終始懇切な御指導を賜った名古屋大学の久保 肇名誉教授及び清家政一郎教授に感謝の意を表する次第である。

文 献

- (1) 清家・伊藤, 機械学会論文集, 28-194
(昭37-10), 1353.
- (2) 清家・伊藤, 機械学会論文集, 29-197
(昭38-1), 141.
- (3) 伊藤, 機械学会・精機学会東海支部講演会前刷,
(昭40-9), 5.
- (4) W.Prager & P.G.Hodge, Jr.,
Theory of Perfectly Plastic Solid
(Wiley, 1951): 安部・宮本訳,
W・プラガー, P.G.ホッジ著, 塑性学,
丸善 (1954), 緒論及び第1章.
- (5) B.B. ソコロフスキー., 大橋訳, 塑性学, 朝倉
(1959) 第4章.
- (6) 大久保肇, 最新材料力学, 朝倉 (1957),
P.159~161.
- (7) A.NADAI, Theory of Flow and Fracture
of Solids. (McGraw-Hill, 1950).
P.512~526.
- (8) 文献 (6), P.154.
- (9) 文献 (5), P.93.