

1 はじめに

その2に続き、中心圧縮柱の非線形座屈現象における変形状態について考察する。(その2)の梗概で記載した式や図は記号Bを付し、(その3)では記号Cを付す。

2 安定な座屈現象の発生条件

鉛直荷重を漸増させた時に徐々に水平変形が生じる場合は、安定に座屈状態を保ちながら変形が増大する。この場合は母数 k の増加に伴い、解が図B-2のA曲線あるいはC直線上を動く。端部曲げモーメントの値が連続的に変化するので、連立した不等式の解が存在する場合に対応する。端部曲げモーメントは式(A4), (A9), (A11), (B1), (B3)から式(C1)を満足する。

$$M_o(k) = 2k\lambda(k)N_{cr}(k) = \frac{2EI(1-2k^2)k}{\lambda(k)} \quad (C1)$$

境界条件(B2)を考慮すると次式を得る。

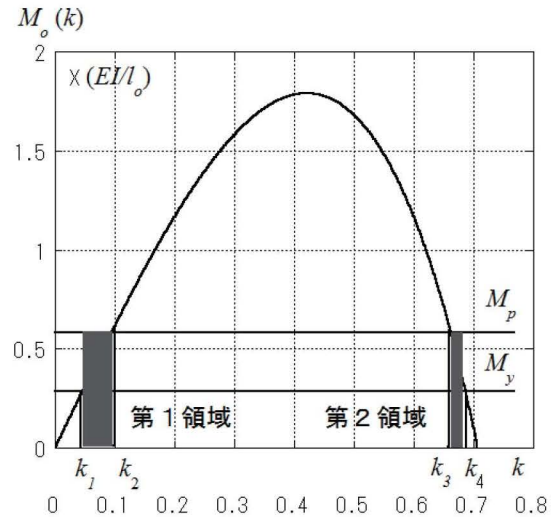
$$M_o(k) = \left(\frac{4EI}{l_o}\right)K(k)(1-2k^2)k \quad (C2)$$

このとき、端部曲げモーメント M_o は降伏モーメント M_y よりも大きく、全塑性モーメント M_p よりも小さい。この場合は、分岐発生後に安定した座屈状態に移行する。

$$M_y < M_o(k) < M_p \quad (C3)$$

$$0 < k < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (C4)$$

(その2)では、分岐が起きるとすれば、座屈荷重を推定できることを示した。本節では分岐が起きた後の安定性を考察する。式(C2)を式(C3)に代入し、関数 $M_o(k)$ の取り得る範囲を考察する。母数 k が式(C4)の範囲では、 M_o は三次関数で近似できるので式(C5)を得る。式(C3)の不等式の領域は2つ存在し、小さいほうの第1領域が分岐後の安定条件を与える。大きい方の第2領域は母数が0.7に近い値であり塑性化も変形も大きく進展した状態であり、いわゆるポストバックリングの座屈状態を示している。図C-1に示す第1領域は k_1 と k_2 の比較的狭い範囲に限られている。この領域は式(C5)により高い精度で近似できる。母数は小さいので部材長は初期長さと等しいと仮定した。



図C-1 非線形座屈の解が存在する領域

$$\frac{l_o M_y}{2\pi EI} = k_1 \leq k \leq k_2 = \frac{l_o M_p}{2\pi EI} \quad (C5)$$

分岐の発生を仮定した時の母数は式(B15)であり、非弾性座屈が発生する領域は、式(C6)となる。

$$\left(\frac{\pi M_y}{2AE_c l_o}\right)^{1/3} = k_g \leq k_{cr} \leq k_p = \left(\frac{\pi M_p}{2AE_c l_o}\right)^{1/3} \quad (C6)$$

鋼材の座屈では分岐の起きる母数 k_{cr} は、式(C6)に示す比較的狭い範囲に収まり、その値の上下界をほぼ特定できる。式(C6)で求めた母数 k_{cr} が式(C5)で定義した第1領域に存在すれば安定した座屈状態に移行する。

逆に、式(C6)の k_{cr} が式(C5)の範囲にない場合の条件は式(C7)となる。この場合は分岐発生後、不安定な領域に移行する。図の曲線Bにおいて原点から点Tに分岐座屈が起きることが予想される。しかも点Tは不安定であるから変形の増大は止まらず、図C-1に示す領域2の母数を満足するまで変形が増大する。よって、分岐が起きる場合の k_{cr} は k_g よりも k_p に近い状態で起きると考えられる。

$$\frac{l_o M_p}{2\pi EI} = k_2 < k_g = \left(\frac{\pi M_y}{2AE_c l_o}\right)^{1/3} \quad (C7)$$

一方、母数 k_{cr} が式(5)の領域にあるときは、式(C8)が条件となる。この場合は分岐発生後も、安定した座

屈状態に移行する。図 B-2 の C 直線に近い場合であり、鉛直変形の増大に対して塑性座屈がゆっくりと発生する。この領域は、細長比が比較的大きい場合に相当するので、図 B-2 に示す変形の状態を満足しながら任意の母数を取ることが出来る。式 (A11) の左辺を変化させないように右辺が変動し、座屈荷重が減少しながら水平変形が増大していく。座屈が発生する母数は式 (C5) を満足する領域に存在し、座屈発生後は母数が大きくなり、座屈荷重は減少する。

$$\left(\frac{\pi M_y}{2AE_c l_o}\right)^{1/3} = k_g < k_2 = \frac{l_o M_p}{2\pi EI} \quad (C8)$$

さらに細長比が大きくなれば、エラスティカと等しくなる。その場合は、 k_g が k_1 より低いときである。この場合、端部曲げモーメントは常に降伏モーメントより小さく任意の値をとることが可能で、図 B-2 の点 S は常に安定である。

$$\left(\frac{\pi M_y}{2AE_c l_o}\right)^{1/3} = k_g < k_1 = \frac{l_o M_y}{2\pi EI} \quad (C9)$$

3 断面形状が座屈荷重に与える影響

本節では、分岐発生後に非弾性領域に移行する場合、断面形状が座屈荷重に与える影響について考察する。

(3.1) H 形断面強軸回りの場合

H 型断面の強軸回りの座屈モデルは、フランジの断面積が全断面積 A の半分と仮定すると式 (B17) は式 (C10) で近似できる。

$$N_g = \left(\frac{N_E N_Y^2}{4}\right)^{1/3} \quad (C10)$$

いわゆる非弾性領域における座屈の下界は、式 (C10) で与えられる。式 (C10) が意味を持つのは、降伏荷重 $N_Y = A\sigma_y$ とオイラー座屈荷重 N_E よりも N_g が小さい範囲である。建築基準法では F 値は降伏応力と考えてよいので限界細長比に対応する場合は $N_E = 0.6N_Y$ である。式 (C10) は $0.531N_Y$ となり、この値は $0.6N_Y$ に近い。従って、現行の設計基準と整合する。

(3.2) 矩形断面（強軸回り、弱軸回り）

矩形断面の中心圧縮柱が弱軸回りに弾性座屈すると仮定し、圧縮軸力の許容応力度を算定する。矩形断面の梁幅を a 、梁成を b とした場合の断面 2 次モーメント $I = ab^3/12$ 、断面積 $A = ab$ 、断面係数 $Z = ab^2/6$ を

用いると、座屈荷重 N_g は次式で与えられる。

$$N_g = \left(\frac{N_E N_Y^2}{12}\right)^{1/3} \quad (C11)$$

矩形断面の場合は、強軸回りでも座屈荷重の下界は式 (C11) で与えられる。従って、H 形鋼材の弱軸回りの座屈荷重も式 (C11) と等しくなる。土木工学の道路橋示方書では、断面形状の違いを考慮した許容応力度が定められており、式 (C11) は基準の下限值にほぼ一致する (文献 2)。式 (C10) と (C11) の違いは意外なほど大きい。

(3.3) 正方形断面の場合

正方形断面の場合は、式 (C11) に含まれると考えられるが、座屈方向が対角線方向になる場合がある。対角線方向の断面係数を用いて式 (B17) を計算すると式 (C12) を得る。この値は、式 (C11) よりもさらに小さな値である。正方形断面の N_E は、対角方向と対辺方向で同じ値であるが、非弾性領域では対角方向に座屈することが分かる。

$$N_g = \left(\frac{N_E N_Y^2}{24}\right)^{1/3} \quad (C12)$$

(3.4) 座屈荷重の上下界と予想

断面形状によって断面係数 Z と塑性断面係数 Z_p の比率が異なる。式 (B17) において、断面係数を塑性断面係数で置き換えた場合が式 (C13) の座屈荷重の上下界を与える。この間に座屈荷重の実験値が分散することになる。ただし、第 2 節で考察したように分岐座屈は上界に近い荷重で発生するだろうと予想される。

$$N_g < N_{cr}(k) < N_p = N_g \left(\frac{Z_p}{Z}\right)^{2/3} \quad (C13)$$

4 今後の課題

既往研究の非弾性座屈モデルとは一線を画す考察により、既往研究では考察できなかった非弾性座屈現象の解明と、幾つかの解析予想を行った。本小論では分岐発生後の安定性を吟味できること、座屈状態における変形形状を推定できること、鋼材以外の材料を用いたときの座屈荷重を推定できること等、新しい知見を得た。今後は解析予想を実験により検証する。

参考文献

- (2) 道路橋示方書・同解説 鋼橋編、日本道路協会、2012.5

* 東京都市大学 工学部 建築学科 教授
 ** 愛知工業大学 工学部 建築学科 講師
 *** 東京都市大学大学院 工学研究科 建築学専攻修士

* Prof., Dept. of Architecture, Tokyo City University
 ** Lect., Dept. of Architecture, Aichi Institute of Technology
 **** Grad. Stud., Dept. of Architecture, Tokyo City University