

パラメトリックスピーカーにおける生成音の位相シミュレーション Simulation of the phase of sound generated by a parametric speaker

クマールサハデウ[†], 古橋秀夫^{††}
Kumar Sahdev[†], Hideo Furuhashi^{††}

Abstract The phase of sound waves in a strong ultrasonic wave is simulated using the Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov equation, which is solved as a transformed beam equation using the Richtmyer method. The simulation is applied to a parametric speaker using amplitude modulation and self-demodulation with a circular configuration. The characteristics of the generated audio waveform are compared with those of plane and spherical ones. The phase of the generated waveform is different from those of plane and spherical waves. However, the generated waveform shows similar characteristics to those of a spherical one within a few degrees of the sound axis. This similarity decreases with increasing distance from the axis, and the phase converges to that of a plane wave. From the viewpoint of the phase, the audio waveform generated by the parametric speaker can be regarded as a narrow wave generated at a virtual point source located at the rear of the speaker.

1. 緒言

パラメトリックスピーカーは指向性が狭¹⁻⁸⁾、特定のエリアのみに音を伝えることができることから、様々な応用がなされている。

その特性を調べるために、シミュレーション解析が行われている。その主な手法としては、Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov (KZK)方程式によるモデル化がある。この式では超音波の回折、吸収とともに非線形性も含まれており、非線形効果により可聴音を生成するパラメトリックスピーカーの特性を良く説明できる。また、計算の高速化のために、変形ビーム方程式(transformed beam equation: TBE)やRichtmyer法といった手法も取られている。⁹⁻¹²⁾これらの手法による解析では、その音圧の空間分布を計算し、指向性等の観点から特性の議論が行われている。一方、音波の特性においては、音圧のみでなくその位相も重要なパラメータである。特に、他の音源とのインタラクションを考え

る場合は、位相情報が重要となる。

この論文では、パラメトリックスピーカーの位相特性をKZK方程式、TBE、Richtmyer法を用いて計算し、平面波音波や球面波音波と比較しながら、その特性について議論する。

2. 理論

2.1 進行波ビームの位相計算

パラメトリックスピーカーでは、空間中に高温圧の超音波を放出する。空气中を高音圧の超音波が進行する場合、回折、吸収の他に非線形性が生ずる。そのような進行波ビームは、軸対称な円形音源の音場の場合、以下のようなパラメトリックビームにおけるKZK方程式に基づくTBEで記述できる。⁹⁾

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \tau_p \partial \sigma} - \frac{n_m}{4(1+\sigma)^2} \bar{\nabla}_u^2 T - \frac{\alpha_m}{n_m^2} R_{dm} \frac{\partial^3 T}{\partial \tau_p^3} \quad (1)$$
$$= \frac{1}{2n_m \sigma_{Dm} (1+\sigma)} \frac{\partial^2 T^2}{\partial \tau_p^2}$$

[†] 愛知工業大学大学院 工学研究科 電気・材料工学専攻 (豊田市)

^{††} 愛知工業大学 工学部 電気学科 (豊田市)

$$T = (1 + \sigma)\bar{p} \quad (2)$$

$$\tau_p = \omega_p t' - \frac{\xi^2}{n_m(1 + \sigma)} \quad (3)$$

$$t' = t - \frac{z}{c_0} \quad (4)$$

$$n_m = \frac{\omega_m}{\omega_p} \quad (5)$$

$$\bar{\nabla}_u = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial u} \quad (6)$$

$$u = \frac{\xi}{1 + \sigma} \quad (7)$$

ここで、

\bar{p} : 基準音圧 p_0 で規格化された音圧

ω_p : 1 次パラメトリック発生音角周波数

t : 時間

c_0 : 音速

$\xi = \frac{r}{a}$: 円形音源半径 a で規格化された径方向距離

$\sigma = \frac{z}{R_{dm}}$: 超音波中心周波数におけるレイリー長 R_{dm}

で規格化された軸方向距離

ω_m : 超音波中心周波数

α_m : 超音波中心周波数における吸収係数

$\sigma_{Dm} = \frac{x_{sm}}{R_{dm}}$: 超音波中心周波数におけるレイリー長

R_{dm} で規格化された衝撃波形成距離

また、計算に使われるレイリー長 R_{dm} 、吸収係数 α_m 、衝撃波形成距離 x_{sm} は以下の式で計算できる。⁽⁹⁾

$$R_{dm} = \frac{\omega_m}{2c_0} a^2 \quad (8)$$

$$\alpha_m = 1 \times 10^{-10} f_m^2 \quad (9)$$

$$x_{sm} = \frac{\rho_0 c_0^3}{\beta \omega_m p_0} \quad (10)$$

ここで、

ρ_0 : 空気密度

β : 非線形係数

今、 T を以下のようにフーリエ級数展開する。

$$T(\tau_p, \xi, \sigma) = \sum_n [g_n(\xi, \sigma) \sin n\tau_p + h_n(\xi, \sigma) \cos n\tau_p] \quad (11)$$

するとスピーカー表面では

$$T(\tau_p, u, 0) = \sum_n [g_n(u, \sigma) \sin n\tau_p + h_n(u, \sigma) \cos n\tau_p] \quad (12)$$

と成る。角周波数 $n\omega_p$ の信号がスピーカー表面より出力される時

$$\begin{aligned} & g_n(u, 0) \sin n\tau_p + h_n(u, 0) \cos n\tau_p \\ &= f(u) \sin(n\omega_p t) \\ &= f(u) \sin\left(n\tau_p + n\frac{\xi^2}{n_m}\right) \\ &= f(u) \sin\left(n\tau_p + n\frac{u^2}{n_m}\right) \\ &= f(u) \sin(n\tau_p) \cos\left(\frac{n}{n_m}u^2\right) + f(u) \cos(n\tau_p) \sin\left(\frac{n}{n_m}u^2\right) \end{aligned} \quad (13)$$

すなわち

$$g_n(u, 0) = f(u) \cos\left(\frac{n}{n_m}u^2\right) \quad (14)$$

$$h_n(u, 0) = f(u) \sin\left(\frac{n}{n_m}u^2\right) \quad (15)$$

と記述できることになる。

以上の方程式を解いて g_n, h_n が求めれば、各波長における音圧及び位相は以下のように計算できる。

$$\bar{p}_n(\tau, \xi, \sigma) = \frac{g_n(\xi, \sigma) \sin \tau_p + h_n(\xi, \sigma) \cos \tau_p}{1 + \sigma} \quad (16)$$

$$|\bar{p}_n(\tau, \xi, \sigma)| = \frac{\sqrt{g_n(\xi, \sigma)^2 + h_n(\xi, \sigma)^2}}{(1 + \sigma)} \quad (17)$$

$$\angle \bar{p}_n(\tau, \xi, \sigma) = \phi_n + \omega_p \frac{\sigma R_{dm}}{c_0} + \frac{\xi^2}{n_n(1 + \sigma)} \quad (18)$$

$$\phi_n = \sin^{-1} \frac{g_n(\xi, \sigma)}{\sqrt{g_n(\xi, \sigma)^2 + h_n(\xi, \sigma)^2}}$$

$$\begin{cases} -180^\circ \sim -90^\circ, 90^\circ \sim 180^\circ : & h_n < 0 \\ -90^\circ \sim 90^\circ : & h_n \geq 0 \end{cases} \quad (19)$$

2.2 自己変調パラメトリックスピーカーの位相計算

今、対象とするパラメトリックスピーカーの方式をAM変調とし、キャリア角周波数 ω_0 、変調角周波数 ω_s 、変調度 A とすると、音源音圧は

$$\bar{p} = \bar{P}_m \left\{ \frac{A}{4} \{ \sin(\omega_0 + \omega_s)t + \sin(\omega_0 - \omega_s)t \} + \frac{\sin \omega_0 t}{2} \right\} \quad (20)$$

と記述できる。ここで、 \bar{P}_m は超音波最大音圧。従って、以下のような境界条件の下で方程式を解けば良いことになる。

$$\begin{cases} g_{m-1}(u,0) = \bar{P}_m \frac{A}{4} \cos\left(\frac{n_{m-1}}{n_m} u^2\right) \\ g_m(u,0) = \bar{P}_m \frac{1}{2} \cos(u^2) \\ g_{m+1}(u,0) = \bar{P}_m \frac{A}{4} \cos\left(\frac{n_{m+1}}{n_m} u^2\right) \\ g_{n \neq m-1, m, m+1}(u,0) = 0 \\ h_{m-1}(u,0) = \bar{P}_m \frac{A}{4} \sin\left(\frac{n_{m-1}}{n_m} u^2\right) \\ h_m(u,0) = \bar{P}_m \frac{1}{2} \sin(u^2) \\ h_{m+1}(u,0) = \bar{P}_m \frac{A}{4} \sin\left(\frac{n_{m+1}}{n_m} u^2\right) \\ h_{n \neq m-1, m, m+1}(u,0) = 0 \end{cases} \quad u \leq 1 \quad (21)$$

$$\begin{cases} g_n(u,0) = 0 \\ h_n(u,0) = 0 \end{cases} \quad u > 1 \quad (22)$$

以上の方程式を解いて g_n, h_n が求めれば、1次パラメトリック発生音の音圧及び位相は以下のように計算できる。

$$\bar{p}_1(\tau, \xi, \sigma) = \frac{g_1(\xi, \sigma) \sin \tau_p + h_1(\xi, \sigma) \cos \tau_p}{1 + \sigma} \quad (23)$$

$$|\bar{p}_1(\tau, \xi, \sigma)| = \frac{\sqrt{g_1(\xi, \sigma)^2 + h_1(\xi, \sigma)^2}}{(1 + \sigma)} \quad (24)$$

$$\angle \bar{p}_1(\tau, \xi, \sigma) = \phi_1 + \omega_p \frac{\sigma R_{dm}}{c_0} + \frac{\xi^2}{n_1(1 + \sigma)} \quad (25)$$

$$\phi_1 = \sin^{-1} \frac{g_1(\xi, \sigma)}{\sqrt{g_1(\xi, \sigma)^2 + h_1(\xi, \sigma)^2}} \quad (26)$$

$$\begin{cases} -180^\circ \sim -90^\circ, 90^\circ \sim 180^\circ : & h_1 < 0 \\ -90^\circ \sim 90^\circ : & h_1 \geq 0 \end{cases}$$

3. 結果

3.1 計算条件

Richtmyer 法⁽⁹⁾により前述の式を計算し、AM変調パラメトリックスピーカーの空間中の位相を計算した。計算対象としたのは、直径約12cmのパラメトリックスピーカー。デジタルアンプを使用し、FPGAによるデジタル信号処理によりAM変調で動作する。

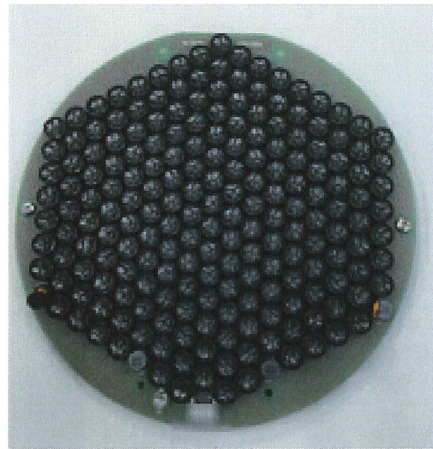


図1 パラメトリックスピーカー

計算条件は以下のとおり。

表1 計算パラメーター1

超音波中心周波数 (キャリア周波数)	40 (kHz)
変調波周波数 (1次パラメトリック 発生音周波数)	1kHz
変調度	1
音源半径	6 (cm)
音源音圧	115 (dB S. P. L.)
音速	345 (m/s)
空気密度 ρ_0	1.2kg/m ³
非線形係数 β	1.2

また、以上の条件よりその他の計算に必要な各種パラメーターは以下のように計算される。

表 2 計算パラメーター 2

レイリー長 R_{dm}	131 (cm)
衝撃波形成距離 x_{sm}	10.28 (cm)
規格化衝撃波形成距離 σ_{Dm}	0.0784
超音波吸収係数 α_m	0.16

3.2 軸上の位相特性

変調度 100% で変調周波数を変えて位相を計算した。図 2 に音軸上の位相を示す。可聴音周波数は 1kHz である。ほぼ直線的に位相が変化している。図 3 に平面波の音波との位相差を示す。(点音源からの音波との位相差と同じ値になる。) わずかに位相に差があることがわかる。この差が音波の復調の時間ずれと考えられる。しかしその差は数度とわずかである。したがって、音軸上では通常の音波に近い位相を持つと結論付けられる。

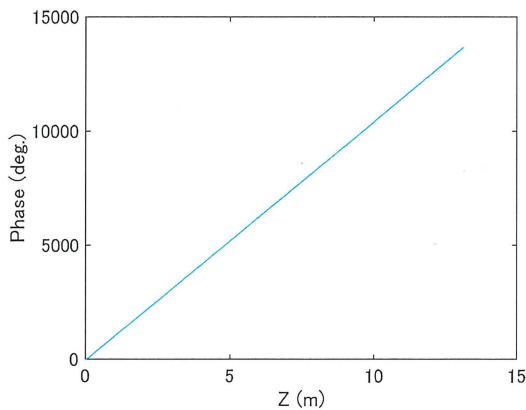


図 2. 1 次パラメトリック発生音の軸上での位相

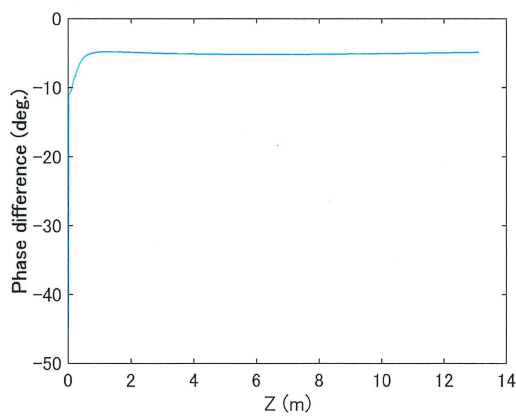


図 3 1 次パラメトリック発生音の軸上での平面音波との位相差

3.3 位相の空間分布

変調度 100% で変調周波数を変えて、位相の空間分布を計算した。図 4 に計算結果を示す。可聴音周波数は 1kHz である。半径方向に対して点音源のように若干の位相の増加がみられる。図 5 に平面音源との位相差の分布、図 6 に点音源との位相差の分布を示す。平面音との位相差は軸から離れると非常に大きくなる。一方、点音源からの音波との位相差は軸から離れても数十度と平面音ほどは大きくなく、パラメトリックスピーカーからの音波は点音源により近い位相を持っていることがわかる。ただし、軸から離れると点音源より位相は進み、平面音側に近づく。図 7 に点音源からの音波の平面音波との位相差を示す。このことから、パラメトリックスピーカーのほうが点音源よりも平面音波にわずかながら近いことがわかる。このことから、パラメトリックスピーカーではスピーカー表面より後方に仮想点音源が存在すると見ることができると。

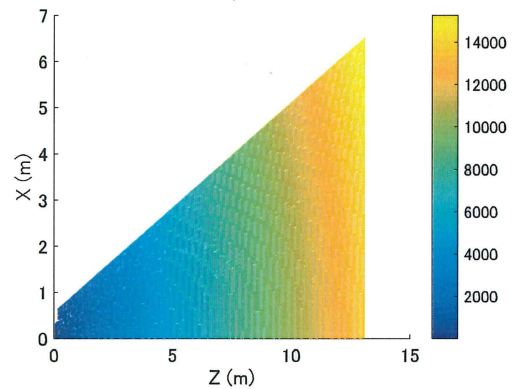


図 4 1 次パラメトリック発生音の空間位相分布 (カラーバー:deg.)

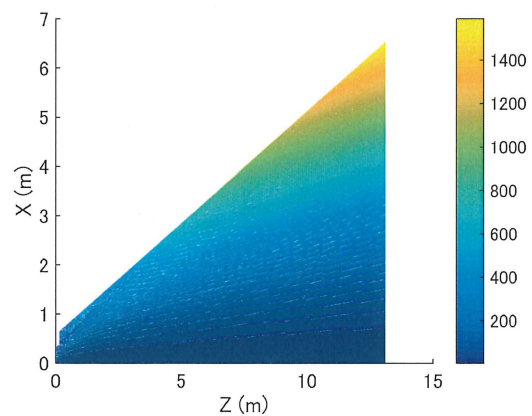


図 5 1 次パラメトリック発生音の平面音波との位相差の分布 (カラーバー:deg.)

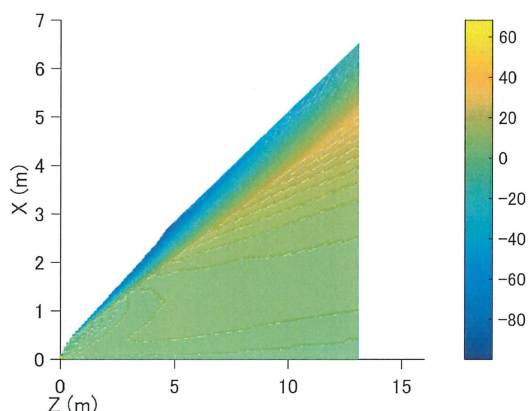


図6 1次パラメトリック発生音の点音源との位相差の分布 (カラーバー:deg.)

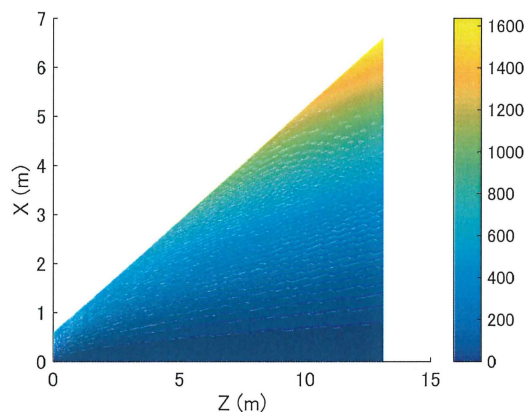


図7 点音源の平面音源との位相差 (カラーバー:deg.)

5. 結言

KZK 方程式に基づく TBE により、非線形効果を含む音場の位相について、その計算手法を示した。本手法を円形開口の AM 変調の自己復調パラメトリックスピーカーに適用し、1次パラメトリック発生音の位相を求めた。平面波面の音場と、点音源から生ずる球面波面の音場を対象として比較し、その特性を論じた。

軸上では、1次パラメトリック発生音の位相は、スピーカー表面に位置すると仮定した平面波や球面波とわずかなずれがあるものの、ほぼ近い特性を示した。一方、軸から離れると球面波に近い位相を示すが、その変化は球面波よりは小さい。このことから1次パラメトリック発生音は、

位相的には、スピーカー表面よりもさらに後方にある仮想的点音源として見なすことができる。この知見は、アクティブノイズキャンセリングなど他の音源とのインタラクションを考えるうえで重要な基礎データとなる。

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 15K05879 の助成を受けたものです。

参考文献

- 1) P. J. Westervelt, "Parametric acoustic array," J. Acoust. Soc. Am., vol. 35, 535-537, (1963).
- 2) M.B.Bennett and D.T.Blackstock, "Parametric array in air," J. Acoust. Soc. Am., vol. 57, 562-568, (1975).
- 3) Hajime Akahori and Hideo Furuhashi, "Direction Control of a Parametric Speaker," IUS, 2014 IEEE International, 2470-2473, (2014).
- 4) Woon-Seng Gan, Jun Yang, Tomoo Kamakura, "A review of parametric acoustic array in air," Vol. 73, 1211-1219, (2012).
- 5) Wei Quan, Cheng Geer, Sahdev Kumar, Hideo Furuhashi, "Characteristics of parametric speakers using a PDM amplifier", INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference, USA, Proceedings. Vol. 250. No. 4, pp.2414-2421, (2015).
- 6) Wei Quan, Cheng Geer, Sahdev Kumar, Hideo Furuhashi, "Characteristics of parametric speakers using a PWM amplifier", INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference, USA, Proceedings. Vol. 250. No. 4, pp.2406-2413, (2015).
- 7) Kenichiro Yasui, Ukai Masashi, Wei Quan, Xiuming Wu, Hideo Furuhashi, "One-to-one Audio Guidance System Using Human Vision, Designed for a Guide Robot", The 2015 International Conference on Computational Science and Computational Intelligence, IEEE Xplore pp. 841-842, (2016).
- 8) Hideo Furuhashi and Sahdev Kumar, "Development of a High Power Parametric Speaker", 2nd International Conference on Ultrasonic-based Applications: from analysis to synthesis, ULTRASONICS2016, Proceedings p.105, (2016).
- 9) 鎌倉友男, 非線形音響学の基礎, 第 5 章, 愛智出版, (1996) .
- 10) L. D. Rozenberg, "High-intensity Ultrasonic Fields" (Plenum, New York, 1971).

- 11) O. V. Rudenko and S. I. Soluyan "Theoretical Foundations of Nonlinear Acoustics" (Plenum, New York, 1977).
- 12) B. K. Novikov, O. V. Rudenko, and V. I. Timoshenko "Nonlinear Underwater Acoustics" (AIP, New York, 1987).