

4. 技術資料

4.1 はじめに

大型の耐震実験では、各種の高度な実験手法や技術が必要で、設備があれば誰でも実験できるわけではない。特に最近の耐震実験は、コンピュータによる構造解析と同時に実験を行って、計測結果を数値解析に取り込むというハイブリッド実験が盛んに行われるようになっており、振動解析手法の標準化、マニュアル化を行って、毎年新しく入ってくる学生、院生がスムーズに実験に従事できるような体制を整備しておくことが必要である。

また計測技術にも進歩がある。特にひずみ、変位の計測はどの実験でも欠かせないが、ひずみゲージや変位計による計測から、画像計測に移行し始めている。これは特にこの2、3年のデジタルカメラの急速な高性能化と低価格化に影響されている。

本実験センターではこうした最新の技術を独自に開発しているが、これらをできるだけ公開し、社会に還元していくことも本実験センターの重要な役割の一つであると思われる。これらを整理し、文書化するには労力と時間がかかり、研究業績には反映されないが、今後の年次報告書で順次公表していきたい。今年度は項目列挙による全体の枠組みと一部の概要程度となる。記述項目の一つに実験における失敗例を挙げることにした。

4.2 実験手法

(1) MTS動的アクチュエータの操作

(2) RKN静的アクチュエータの操作

4.3 計測手法

(1) 画像計測によるひずみ分布の計測

a. 概要

実験供試体の表面に取り付けたマークの動きを高精度デジタルカメラで撮影し、画像処理により位置および変位を測定し、得られたマークの座標位置を節点とする定ひずみ三角形要素を用いた有限要素法モデルによりひずみを算出する。デジタルカメラにより獲得した画像データから、ひずみの算出までの処理の流れを図-1に示す。

本研究でせん断パネル実験供試体に付けたマークは、写真-1に示すように、供試体下半分に予め白ペイントを薄く噴霧し、上下、左右5mmピッチで赤色の点を付けたものである。マークは図-2(a)に示すようにはほぼ半円形で、直径は約0.2~0.3mmである。

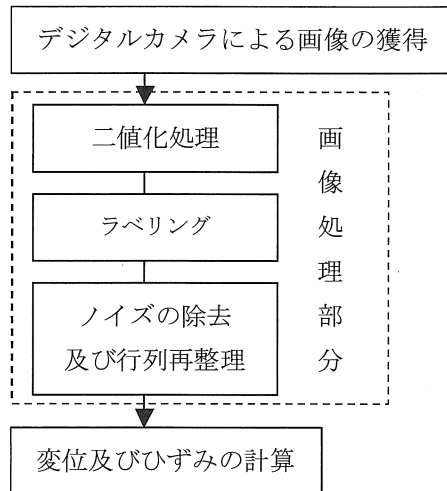


図-1 画像計測の流れ

図-1 の画像処理内容は以下のものである。

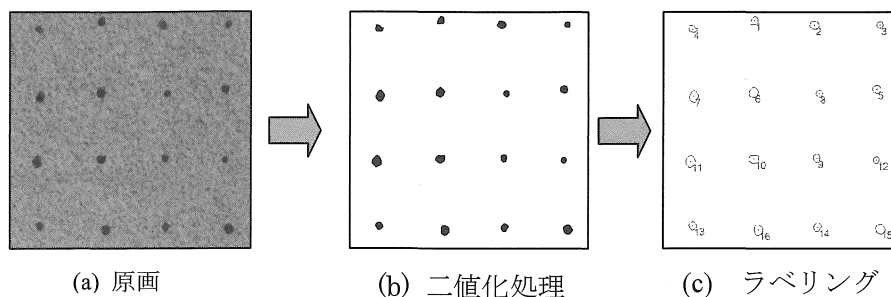


図-2 画像処理の流れ

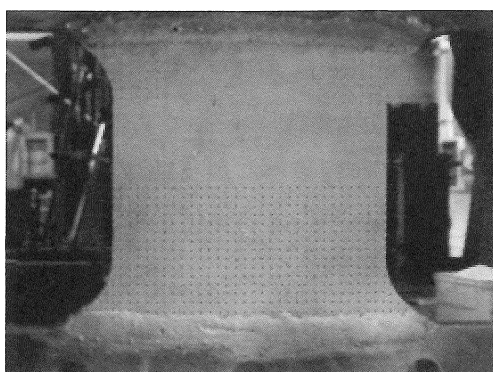


写真-1 供試体のマーク位置

(1) 二値化処理

画像の色彩情報に適当なしきい値を選んで、マークの各要素、背景を 0 または 1 に 2 値化することによって、マーク画像を背景から抜き出す(図-2(a), (b)参照)。

(2) ラベリング

背景領域から抽出されたマークに番号付けを行うことをラベリングという。ラベリングと同時にそれぞれマークの重心点の座標、面積(画像数)を求める(図-2(c)参照)。

(3) ノイズの除去及び行列再整理

マークの面積が他よりかなり小さい場合、マークではなく、ノイズ成分と見なし、画像内から除去する。各マークがラベリングによって番号を付けられても、実験供試体が大変形する場合、測定時間の異なる二枚の写真の番号とマークが一致しなくなる場合がある。そのため、マークの番号を規則正しく並べなおし、不明の番号が生じたとき前後の番号から推定する。

b. 変位およびひずみの計算

ここでは平面定ひずみ三角形要素を用いた有限要素法の基礎式¹³⁾を利用する。いま画像計測によって得られた任意の 3 点を図-3 に示すように i, j, k とし、各

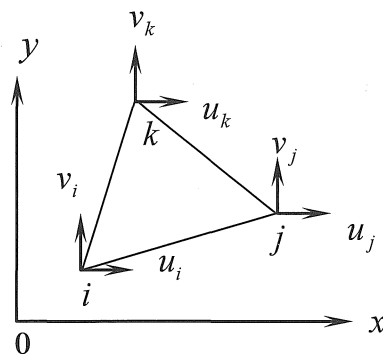


図 - 3 三角形要素

計測変位ステップ間の x, y 方向の変位増分を

$$\{\bar{\delta}\} = \{u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_k \ v_k\}^T \quad (1)$$

とおくと、ひずみ増分は次の式で得られる。

$$\{\varepsilon\} = \langle \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy} \rangle = \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \ \frac{\partial v}{\partial y} \ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle \quad (2)$$

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_j - y_k & 0 & y_k - y_i & 0 & y_i - y_j & 0 \\ 0 & x_k - x_j & 0 & x_i - x_k & 0 & x_j - x_i \\ x_k - x_j & y_j - y_k & x_i - x_k & y_k - y_i & x_j - x_i & y_i - y_j \end{bmatrix} \{\bar{\delta}\} \quad (3)$$

ここに、 A は三角形要素の面積であり、 x_i, y_i などは i 点などの節点変位である。

式(2)によるひずみは微小変形下でのひずみであり、今回の実験のような大変形には直接適用できないが、小さな変位ステップごとに画像計測を行って得られた微小増分間では線形とみなし、同式を用いることができる。

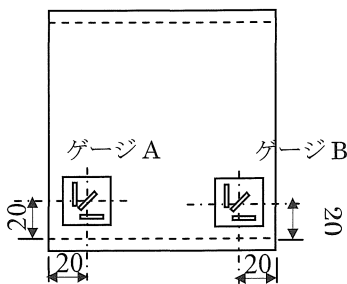


図-4 3軸ひずみゲージ貼付

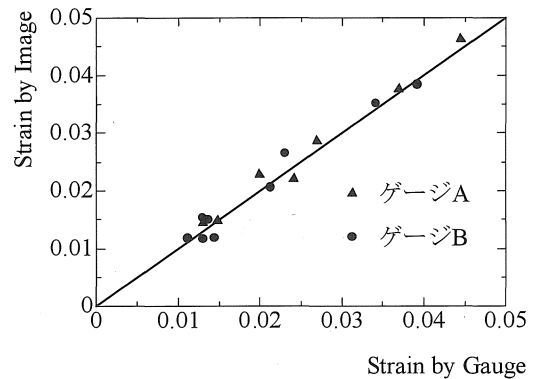


図-5 3軸ひずみゲージと画像計測によるひずみの比較

4.4 耐震実験に関する数値解析手法および基礎理論

(1) ハイブリッド実験—その1

ハイブリッド実験は、実地震波を受ける構造物の全体挙動を数値解析で、数値解析では困難な、大きな繰り返し力を受け、塑性、大変形挙動を行う橋脚などの挙動の把握を、縮小したモデルを用いて実験室で載荷実験を行い、両者を時刻歴上で同時に行うものである。これにより、実地震波を受ける大型構造物の地震時の実際に近い挙動が、精度よく比較的容易に把握できるという大きな利点がある。したがってこの方法は大型構造物の耐震実験の究極的手法と考えられる。しかし実験手法としては高度となるため、どこでも簡単に

きるものではない。本耐震実験センターではすでにハイブリッド実験を行っており、ここで開発された手法を順次公開する。はじめに、実験室では実構造物を縮小したモデルを用いた実験を行うことが多く、そこで必要となる相似側の誘導を行う。また振動解析の基本となる Newmark の β 法およびその増分法についての誘導を述べる。

a. 相似則

ハイブリッド実験では、一般に実験モデルの使用材料は実構造物と同じものを用いる。よって使用材料の降伏応力 (σ)・密度 (ρ) は実構造物と同じであり、模型 (モデル) の縮尺とは無関係となる。ここでは、基本量の次元を

1) 長さ : L 、 2) 質量 : M 、 3) 時間 : T

とする。また、力 : F 、加速度 : a 、速度 : v とし、模型を表す諸量には実構造物の諸量に「*」を付ける。縮尺は 1 以下の正の実数とする。

まず、模型の寸法を縮尺 α とすると模型の長さは $L^* = \alpha L$ となる。したがって、模型の面積 A^* 、体積 V^* は

$$A^* = \alpha^2 A \quad (a)$$

$$V^* = \alpha^3 V \quad (b)$$

となる。よって、模型の質量 M^* は

$$M^* = \rho \times V^* = \alpha^3 \times \rho V = \alpha^3 M \quad (c)$$

となる。ここで、力 F の次元を考えると、

$$F = M \times a = M \times L \times T^{-2} \quad (d)$$

より応力 σ の次元を考えると、 $\sigma = F / A$ なので

$$\sigma = M \times L \times T^{-2} / L^2 = M \times L^{-1} \times T^{-2} \quad (e)$$

模型の応力 σ^* の次元も同じである。時間の縮尺を X とすると

$$\sigma^* = M^* \times L^{*-1} \times T^{*-2} = \alpha^3 M \times \alpha^{-1} L^{-1} \times (X T)^{-2} = \alpha^2 \times M \times L^{-1} \times (X T)^{-2} \quad (f)$$

応力は実構造物と模型とで同じ材料を用い、降伏点も同じであるから、式(e)と(f)を等置して

$$M \times L^{-1} \times T^{-2} = \alpha^2 \times M \times L^{-1} \times (X T)^{-2}$$

$$\alpha^2 \times (X T)^{-2} = 1$$

$$X = \alpha$$

以上から模型の時間 T^* は

$$T^* = \alpha T$$

これにより模型の速度 v^* 、加速度 a^* 、力 F^* は以下のようなになる。

$$v^* = L^* T^{*-1} = \alpha L \times (\alpha T)^{-1} = v$$

$$a^* = L^* T^{*-2} = \alpha L \times (\alpha T)^{-2} = \alpha^{-1} a$$

$$F^* = M^* \times L^* \times T^{*-2} = \alpha^3 M \times \alpha L \times (\alpha T)^{-2} = \alpha^2 F$$

模型の縮尺 $\alpha < 1$ として実構造物に対する模型の縮尺をまとめると、以下のようになる。

項目	倍率	項目	倍率	項目	倍率
長さ	α	応力	1	時間	α
面積	α^2	力	α^2	速度	1
体積	α^3	質量	α^3	加速度	α^{-1}

b. Newmark の β 法およびその増分法

1. はじめに

地震動のような不規則な外力を受ける構造物の動的応答を解析するためには、微少な時間間隔ごとに運動方程式を数値的に積分して解を定めていく方法が用いられる。

この方法は、ある時刻 t_n の変位、速度、加速度の応答状態 $X_n, \dot{X}_n, \ddot{X}_n$ がわかっているとき、微少な時間 Δt 後の時刻 t_{n+1} における $X_{n+1}, \dot{X}_{n+1}, \ddot{X}_{n+1}$ 状態を近似的に推定し、この操作を順次繰り返して解を求めていくものである。

2. 線形加速度法

質量 m 、減衰係数 c 、ばね定数 k の一自由度質点系の線形地震応答を考え、運動方程式を立てると式(A-1)のようになる。ここで \ddot{X}_g は支持地盤の加速度、 X などは絶対座標 x ではなく、振動する地盤からとった相対変位 ($X = x - X_g$)。

$$m\ddot{X} + c\dot{X} + kX = -m\ddot{X}_g \quad (\text{A-1})$$

時刻 t_n および t_{n+1} ($=t_n + \Delta t$) における状態をそれぞれ $X_n, \dot{X}_n, \ddot{X}_n$ および $X_{n+1}, \dot{X}_{n+1}, \ddot{X}_{n+1}$ とする。 t_n における値は既知数、 t_{n+1} における値は未知数とする。ただし t_n および t_{n+1} 時刻の地動加速度 $\ddot{X}_{g,n}$ および $\ddot{X}_{g,n+1}$ はいずれも既知である。

いま、時刻 t_n から t_{n+1} の間の微少時間 Δt で加速度が図 A-1(a)のように直線的に変化すると仮定しよう。このときこの区間の時刻 t ($t_n \leq t \leq t_{n+1}$) における加速度、速度および変位は次のようになる。(図 A-1(b),(c)参照)

$$\ddot{X}(t) = \ddot{X}_n + \frac{\ddot{X}_{n+1} - \ddot{X}_n}{\Delta t} \cdot (t - t_n) \quad (\text{A-2})$$

$$\dot{X}(t) = \dot{X}_n + \int_{t_n}^t \ddot{X}(t) dt = \dot{X}_n + \ddot{X}_n (t - t_n) + \frac{1}{2} \frac{\ddot{X}_{n+1} - \ddot{X}_n}{\Delta t} (t - t_n)^2 \quad (\text{A-3})$$

$$X(t) = X_n + \int_{t_n}^t \dot{X}(t) dt = X_n + \dot{X}_n (t - t_n) + \frac{1}{2} \ddot{X}_n (t - t_n)^2 + \frac{1}{6} \frac{\ddot{X}_{n+1} - \ddot{X}_n}{\Delta t} (t - t_n)^3 \quad (\text{A-4})$$

加速度は t の1次式、速度は2次式、変位は3次式で表される (A-1(a),(b),(c))。

t_{n+1} 時刻の変位および速度 X_{n+1}, \dot{X}_{n+1} は、式(A-3)、式(A-4)で $t = t_n + \Delta t$ とおくことにより次式のように得られる。

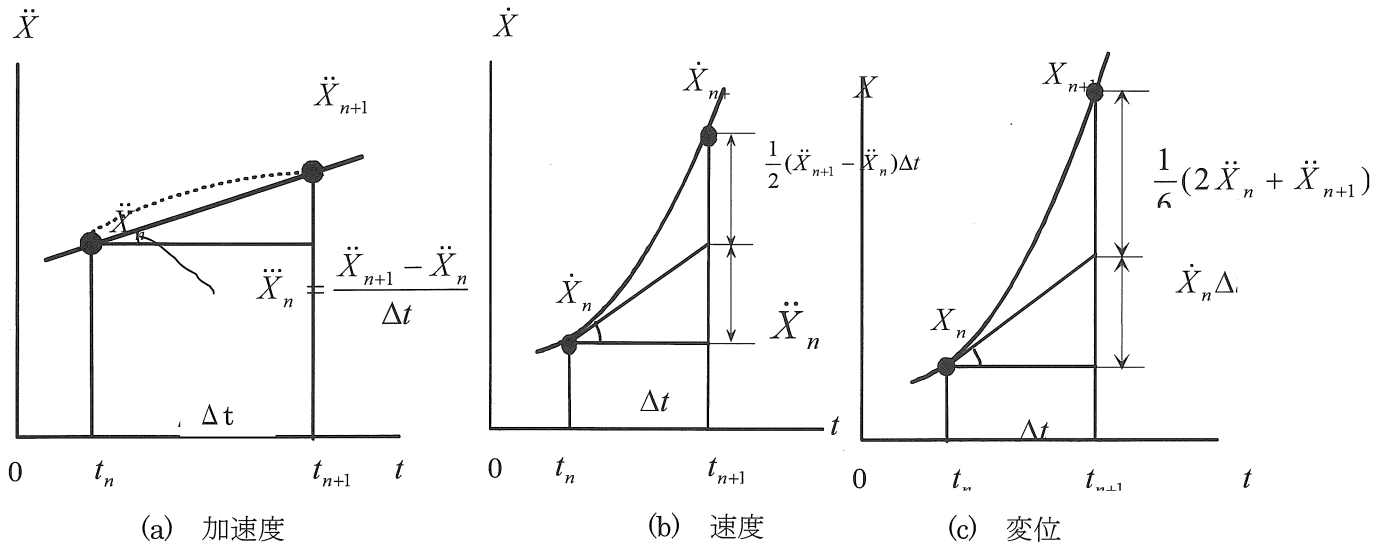


図 A-1 線形加速度法の加速度、速度、変位

$$X_{n+1} = X_n + \dot{X}_n \Delta t + \frac{1}{6}(2\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1})\Delta t^2 \quad (\text{A-5})$$

$$\dot{X}_{n+1} = \dot{X}_n + \frac{1}{2}(\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1})\Delta t \quad (\text{A-6})$$

式(A-5)、(A-6)の線形連立方程式を解くことにより、 t_n 時刻における既知量 $X_n, \dot{X}_n, \ddot{X}_n$ から Δt 進んだ t_{n+1} 時刻の未知量を定めることができる。この方法は、加速度の変化を線形と仮定していることから線形加速度法とよばれる。

3. 平均加速度法

図 A-2(a)に示すように、 Δt 区間内の加速度が t_n と t_{n+1} における加速度の平均値に等しく、一定値であると仮定する。このとき時刻 t ($t_n \leq t \leq t_{n+1}$) における加速度、速度、変位は次のようになる。

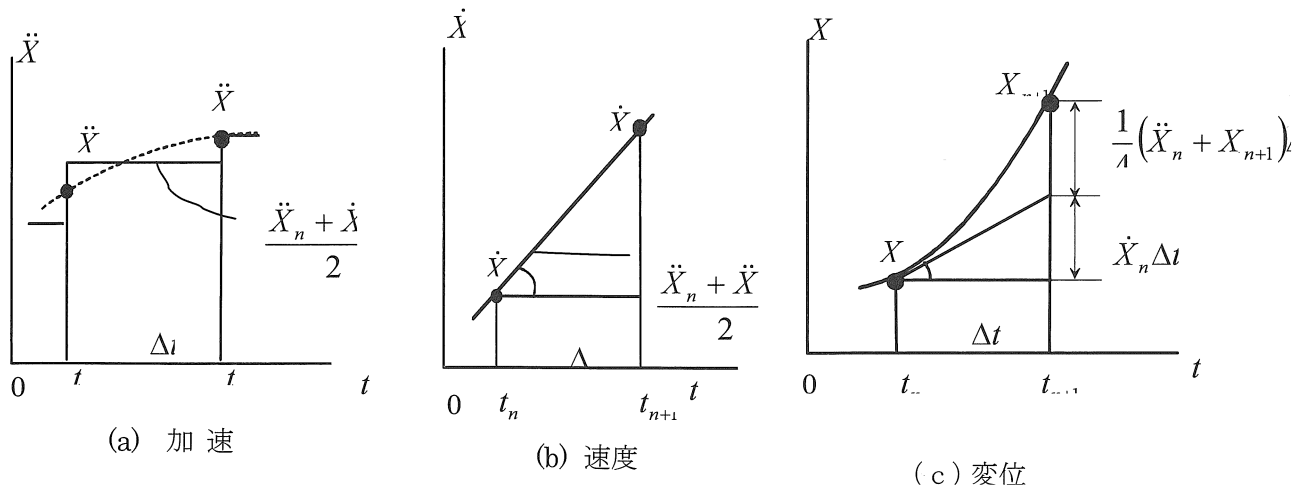


図 A-2 平均加速度法の加速度、速度、変位

$$\ddot{X}(t) = \frac{1}{2}(\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1}) \quad (\text{A-7})$$

$$\dot{X}(t) = \dot{X}_n + \frac{\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1}}{2}(t - t_n) \quad (\text{A-8})$$

$$X(t) = X_n + \dot{X}_n(t - t_n) + \frac{1}{4}(\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1})(t - t_n)^2 \quad (\text{A-9})$$

このとき、 Δt 区間内の速度は t の一次式、変位は二次式で表われる。線形加速度法と同様 $t - t_n$ を Δt とおくと、 t_{n+1} 時刻の値と t_n 時刻の値の関係が次のように得られる。式(A-11)は前出式(A-6)と同じである。

$$X_{n+1} = X_n + \dot{X}_n \Delta t + \frac{1}{4}(\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1}) \Delta t^2 \quad (\text{A-10})$$

$$\dot{X}_{n+1} = \dot{X}_n + \frac{1}{2}(\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1}) \Delta t \quad (\text{A-11})$$

この方法は平均加速度法とよばれる。線形加速度法と係数はやや異なるが、取り扱いはいままったく同一である。

4. Newmark- β 法

4.2, 4.3 節 で述べた式(A-5)及び(A-10)の加速度公式中の加速度に関わる係数は、表 A-1 のようにまとめて表わすことができる。

表 A-1 Newmark- β 法の係数

	\ddot{X}_n	\ddot{X}_{n+1}
線形加速度法 式(A-5)	1/3	1/6
平均加速度法 式(A-10)	1/4	1/4

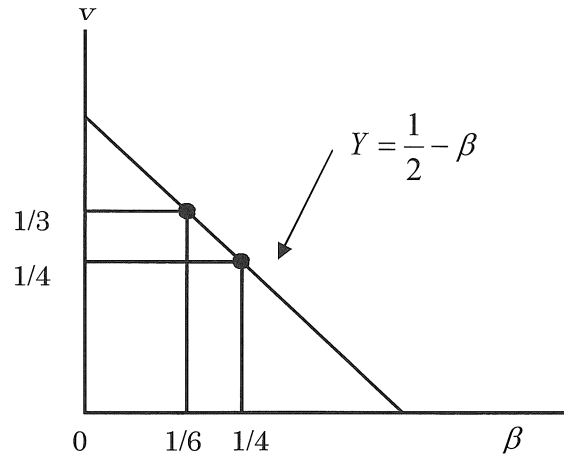


図 A-3 Newmark- β 法の係数

式(A-5), (A-10)の \ddot{X}_{n+1} の係数を β と置き、その値を横軸にとり、 \ddot{X}_n の係数を縦軸にとり

その二点を直線で近似すると \ddot{X}_n の係数は β の関数 $(1/2 - \beta)$ で表すことができる。

式(A-5)、式(A-10)の2式は式(A-13)のように1にまとめられる。これは、Newmarkによって提案されたため、式(A-13)は一般に、Newmark- β と呼ばれる。

$$\dot{X}_{n+1} = \dot{X}_n + \frac{1}{2}(\ddot{X}_n + \ddot{X}_{n+1})\Delta t \quad (\text{A}\cdot 12)$$

$$X_{n+1} = X_n + \dot{X}_n\Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ddot{X}_n\Delta t^2 + \beta\ddot{X}_{n+1}\Delta t^2 \quad (\text{A}\cdot 13)$$

ここに β は、線形加速度法で $\beta = 1/6$ 、平均加速度法で $\beta = 1/4$ 。

5. $n+1$ 点での変位の推定基本式

地震動が入力された、時刻 t_n における運動方程式は、式(A-1)より

$$m\ddot{X}_n + c\dot{X}_n + kX_n = -m\ddot{X}_{g,n} \quad (\text{A}\cdot 14)$$

時刻 t_{n+1} においても同様に次式が成立つ。

$$m\ddot{X}_{n+1} + c\dot{X}_{n+1} + kX_{n+1} = -m\ddot{X}_{g,n+1} \quad (\text{A}\cdot 15)$$

式(A-12),(A-13),(A-15)を用いて t_n における既知量から t_{n+1} における変位、速度、加速度を決定したい。そのためこれらの式から $\ddot{X}_{n+1}, \dot{X}_{n+1}$ を消去し X_{n+1} に関する式を求める。まず

式(A-13)より \ddot{X}_{n+1} について解くと

$$\ddot{X}_{n+1} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \{X_{n+1} - X_n\} - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{X}_n - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{X}_n \quad (\text{A-16})$$

これを式(A-12)に代入して

$$\dot{X}_{n+1} = \frac{1}{2\beta\Delta t} \{X_{n+1} - X_n\} + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \dot{X}_n + \Delta t \left(1 - \frac{1}{4\beta}\right) \ddot{X}_n \quad (\text{A-17})$$

式(A-16)、(A-17)を式(A-15)に代入すると 1 step 後の変位 X_{n+1} に関する方程式ができる。

$$\begin{aligned} \left(k + \frac{1}{2\beta\Delta t}c + \frac{1}{\beta\Delta t^2}m\right) X_{n+1} &= -m\ddot{X}_{g,n+1} + m\left\{\frac{1}{\beta\Delta t^2}X_n + \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{X}_n + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{X}_n\right\} \\ &+ c\left\{\frac{1}{2\beta\Delta t}X_n + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\dot{X}_n + \Delta t\left(\frac{1}{4\beta} - 1\right)\ddot{X}_n\right\} \end{aligned} \quad (\text{A-18})$$

ここで式(A-18)を

$$\hat{k}X_{n+1} = \hat{F}_{n+1} \quad (\text{A-19})$$

とおく。ここに、

$$\hat{k} = k + \frac{1}{2\beta\Delta t}c + \frac{1}{\beta\Delta t^2}m$$

$$\hat{F} = -m\ddot{X}_{g,n+1} + m\left\{\frac{1}{\beta\Delta t^2}X_n + \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{X}_n + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{X}_n\right\} + c\left\{\frac{1}{2\beta\Delta t}X_n + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\dot{X}_n + \Delta t\left(\frac{1}{4\beta} - 1\right)\ddot{X}_n\right\}$$

式(A-19)より

$$X_{n+1} = \hat{F}_{n+1} / \hat{k} \quad (\text{A-20})$$

これを式(A-16)、式(A-17)に代入すれば t_{n+1} 時刻の加速度 \ddot{X}_{n+1} および速度 \dot{X}_{n+1} が求められる。

6. 塑性を考えた場合

前節までは、弾性域のみの振動を考えた式の展開を行ってきたが、この節では塑性を考慮したときの式の展開を行う。図 A-5(a)に示す、質点・バネのつりあい、もしバネ k が弾

7. 増分変位による加速度法

弾性域を超える大きな水平力を受ける構造物の荷重－変位曲線が図 A-6 の様に多曲線近似で得られたとする。区間 N(n,n+1)で水平力 H と水平変位 X との関係

$$H = kX + R \quad (\text{A-23})$$

とおくと、区間 N 内の任意時刻 t_n 及び t_{n+1} における運動方程式はそれぞれ式(A-21)より

$$m\ddot{X}_n + c\dot{X}_n + k_n X_n + R\dot{X}_n / |\dot{X}_n| = -m\ddot{X}_{g,n} \quad (\text{A-24})$$

$$m\ddot{X}_{n+1} + c\dot{X}_{n+1} + k_{n+1} X_{n+1} + R\dot{X}_{n+1} / |\dot{X}_{n+1}| = -m\ddot{X}_{g,n+1} \quad (\text{A-25})$$

図 A-6 に示す区間 N では、時刻 t および $t+1$ と同じ式(A-22)を適用する。すなわち n および $n+1$ 点でバネ定数 k_n 、切片座標 R_n は不変である。線形（平均）加速度法で行った様に、 n 点での諸量から $n+1$ 点での変位を求めるのに、図 A-6 に示すような弾塑性域では、区間ごとに剛性が変わるため、区間ごとの変位増分量 $\Delta X = X_{n+1} - X_n$ を考える方が便利である。以下に増分変位による加速度式を導く。

式(A-25)から式(A-24)を引くと次式 (A-26) の様に塑性粘性項 R が消える。

$$m(\ddot{X}_{n+1} - \ddot{X}_n) + c(\dot{X}_{n+1} - \dot{X}_n) + k(X_{n+1} - X_n) = -m(\ddot{X}_{g,n+1} - \ddot{X}_{g,n}) \quad (\text{A-26})$$

ただし、式(A-22)の右辺から明らかなように、 R はその時間区分で地震外力そのものを直接的に減ずる効果となって現れていることに注意すべきで、 R の物理的意味がここにある。すなわち構造物の塑性変形量（エネルギー吸収量）の効果は極めて重要な意味を持つ。（数値計算では R の値は図 A-6 の y 切片ではなく、現時点での変位点での y 縦距をとる。）

Newmark- β の式(A-16)、(A-17)においても、変位に関しては変位増分 $\Delta X = X_{n+1} - X_n$ で表わされていることに注目しよう。式(A-16)、(A-17)を上式(A-26)に代入して整理すれば

$$m\left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}\Delta X - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{X}_n - \frac{1}{2\beta}\ddot{X}_n\right) + c\left(\frac{1}{2\beta\Delta t}\Delta X - \frac{1}{2\beta}\dot{X}_n + \Delta t\left(1 - \frac{1}{4\beta}\right)\ddot{X}_n\right) + k\Delta X = -m\Delta\ddot{X}_g \quad (\text{A-27})$$

あるいは

$$\Delta X\left(k + \frac{1}{2\beta\Delta t}c + \frac{1}{\beta\Delta t^2}m\right) = -m\Delta\ddot{X}_g + m\left(\frac{1}{\beta\Delta t}\dot{X}_n + \frac{1}{2\beta}\ddot{X}_n\right) + c\left(\frac{1}{2\beta}\dot{X}_n + \Delta t\left(\frac{1}{4\beta} - 1\right)\ddot{X}_n\right) \quad (\text{A-28})$$

ここに、 $\Delta\ddot{X}_g$ は時間増分 $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ の間の地盤加速度増分 $(\ddot{X}_{g,n+1}, \ddot{X}_{g,n})$ である。式(A-27)

から ΔX について解くと変位増分が求められる。式(A-28)は次式のように書き改める。

$$\Delta X \hat{k} = \hat{F} \quad (\text{A-29})$$

ここに
$$\hat{k} = \left(k + \frac{1}{2\beta\Delta t}c + \frac{1}{\beta\Delta t^2}m \right)$$

$$\hat{F} = -m\Delta\ddot{X}_g + m\left(\frac{1}{\beta\Delta t}\dot{X}_n + \frac{1}{2\beta}\ddot{X}_n\right) + c\left(\frac{1}{2\beta}\dot{X}_n + \Delta t\left(\frac{1}{4\beta}-1\right)\ddot{X}_n\right)$$

よって増分変位は、

$$\Delta X = \hat{F} / \hat{k} \quad (\text{A-30})$$

より求められる。この式を式(A-16)、(A-17)に代入することにより速度、加速度が求められる。

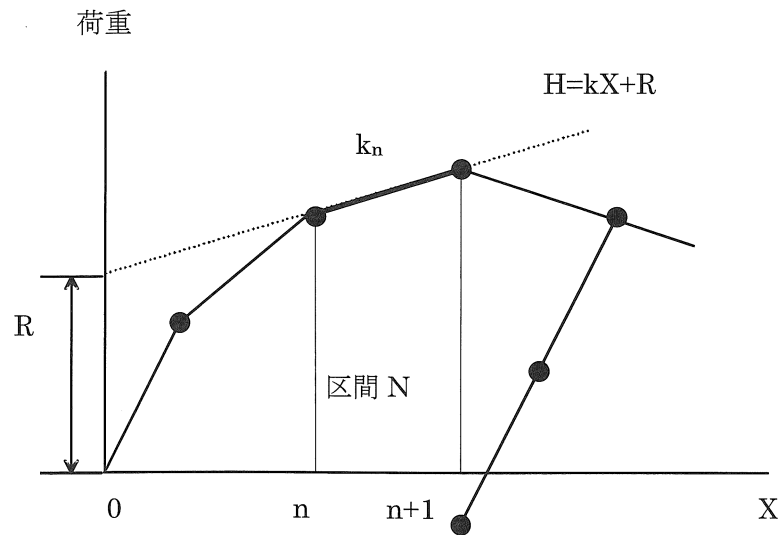


図 A-6 弾塑性域での荷重—変位曲線

4.5 失敗例と改善策

(1) 加速度計の取り扱い

(事例) 本年度に行った振動台実験において、加速度を用いた計測結果を実験後に照査したところ、計測値が異常なものが多数発見された。原因は加速度計の故障であったが、これらの加速度計を前回使用したときには異常が見られなかったため、問題ないと信じ込んで使用してしまった。

(改善策) 変位計等の他の測定器を異なって、加速度計は、衝撃に対して非常に敏感で、すぐに故障してしまうものである。よって使用前には必ず性能チェックを行うこと。その方法は、加速度計測の方向を鉛直に向けて台の上におき、計測する。この場合、計測値は1 gであるから、この値を示していない場合には、何らかの問題があり、チェックを行う。