

光デジタル信号のパワースペクトル密度解析

Analysis of Power Spectral Densities of Optical Digital Signals

森 正和†, 舟橋 勝雄‡, 西澤 典彦‡, 後藤 俊夫‡, 後藤 了祐‡†, 山根 一雄‡†

Masakazu MORI, Katsuo HUNAHASHI, Norihiko NISHIZAWA, Toshio GOTO, Ryosuke GOTO, and Kazuo YAMANE

Abstract: The conventional method to analyze the power spectral densities in digital coaxial transmission systems is extended to digital optical transmission systems. Especially, a method to analyze the power spectral densities when both AM and PM modulations are applied to optical signals is investigated in detail. It is shown that influences of AM and PM modulations on the power spectral densities can be calculated in a unified manner by introducing waveforms of complex number.

1. はじめに

光増幅器が用いられる以前の PCM 光中継系において、パワースペクトル密度を求めるが最重要な課題となることはまぎれなかった。例えば、増幅器(電気)の低域遮断周波数はパワースペクトル密度の低周波成分の大きさによって決められることはなく、殆どの場合が、入力パルスの孤立波形応答や符号則に基づいた mark 連続数から決めている。それにも拘わらず、パワースペクトル密度は基礎的な概念であるため、表面には出てこないが、種々の設計法、受信感度限界の計算法の中に既に組み込まれている場合が多い。特に、受信感度限界の計算に際しては、光信号自身の雑音や増幅器の雑音のパワースペクトル密度(特にショット雑音)と関連して、不可欠な概念である。また、中継系でのタイミングアンプの所要利得や所要ゲインを計算するのに用いられている。

一方、光増幅器の実用化以降は、パワースペクトル密度の重要性が増してきた。光増幅器技術が広い範囲に浸透し、光通信の三要素である、光源、伝送路、受光器の各技術も大幅に向上することとなった。また、波長多重方式など、光技術に特有の多重化方式が実用化されるに至った。特に光源のコヒーレンスが大幅に向上し、その結果、光伝送は、搬送波周波数が高い無線伝送と言える状態に益々近づいている。

例えば、長距離光伝送システムにおいては、光信号に意図的にチャープや位相変調を加え、伝送波形制御を行うことがある。しかし、高密度波長多重方式ではチャンネル間隔が狭いため、高速変調時には隣接チャンネルからの光パワースペクトルの漏れ込みが信号対雑音比に影響する可能性がある。

今回、高密度波長多重方式への適用を目的として、光デ

ジタル信号に強度変調と位相変調が同時に加えられる場合のパワースペクトル密度計算手法を検討した。

図 1 に示すように、振幅変調と位相変調には、共に外部光変調器を用いるとした。振幅変調に伴うチャープの影響は、位相変調の中に一緒に取り込むことができるので、図 1 における振幅変調の段階ではチャープは無いものとする。

検討に当たっては、同軸伝送系や無線伝送系において従来から用いられている手法を基にして、光特有の性質を取り入れていくという考え方を採った。

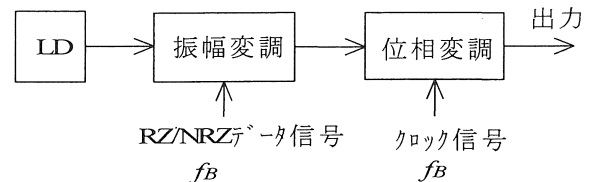


図 1 光信号の変調系

2. 諸概念の複素関数への拡張

複素関数の Fourier 変換、逆 Fourier 変換、自己相関関数、パワースペクトル密度を扱う必要があるため、最初に数学的準備をする。

$h(t)$ は時間 t の複素関数とする。Fourier 変換、逆 Fourier 変換の定義は実関数と同じである。

$$H(f) \equiv \mathcal{F}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp(-j2\pi ft) dt \quad (1)$$

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1}\{H(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(j2\pi ft) df$$

$h(t)$ の複素共役を $h^*(t)$ とする。 $h(t)$ の Fourier 変換 $H(f)$ と、 $h^*(t)$ の Fourier 変換 $\underline{H}(f)$ の間には次の関係がある。

$$H^*(f) = \underline{H}(-f) \quad (2)$$

† 愛知工業大学 情報通信工学科(豊田市)

‡ 名古屋大学大学院 工学研究科(名古屋市)

‡† 富士通株式会社 光開発推進部(川崎市)

(2)式は、 $h(t)$ が実関数の時の次の関係(3)式を拡張したものである。

$$H^*(f) = H(-f): h(t)が実関数の時のみ成立 \quad (3)$$

$g(t)$ を別の複素関数とすると、畳み込みについて実関数の場合と同様な関係が成り立つ。

$$h(t) * g(t) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} h(t')g(t-t')dt' \quad (4)$$

$$\mathfrak{F}\{h(t) * g(t)\} = \mathfrak{F}\{h(t)\}\mathfrak{F}\{g(t)\} = H(f)G(f)$$

$$\mathfrak{F}\{h(t)g(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} H(f')G(f-f')df'$$

また、パワースペクトル密度の計算において重要な次の公式を導くことができる。ここで、右肩の*印は共役複素を表す。

$$\mathfrak{F}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} h^*(t)g(t+\tau)dt\right\} = \mathfrak{F}^*\{h(t)\}\mathfrak{F}\{g(t)\} = H^*(f)G(f) \quad (5)$$

$$\mathfrak{F}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} h^*(t)g(t+\tau-mT)dt\right\} = \mathfrak{F}^*\{h(t)\}\mathfrak{F}\{g(t)\}\exp(-j2\pi fmT) = H^*(f)G(f)\exp(-j2\pi fmT)$$

一方、 $h(t)$ と $g(t)$ の相互相関関数 $\phi_{hg}(\tau)$ を次のように定義する。

$$\phi_{hg}(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} h^*(t)g(t+\tau)dt \quad (6)$$

これから、次の関係が得られる。

$$\phi_{hg}(\tau) = \phi_{gh}^*(-\tau) \quad (7)$$

このように定義すると、複素関数 $h(t)$ の自己相関関数 $\phi_{hh}(\tau)$ とパワースペクトル密度 $w(f)$ の間には、実関数の場合と同様に Wiener-Khinchine の定理が成り立つ。

$$w(f) \equiv \mathfrak{F}\{\phi_{hh}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{hh}(\tau)\exp(-j2\pi f\tau)d\tau \quad (8)$$

$$\phi_{hh}(\tau) \equiv \mathfrak{F}^{-1}\{w(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} w(f)\exp(j2\pi f\tau)df$$

3. スペクトル線幅の影響

振幅変調に伴う位相変化、及び独立した位相変調分は次節で取りこむことにして、ここでは LD のスペクトル線幅の影響をどう取り入れるかについて検討する。

デジタル振幅変調された光電界 $E(t)$ は次のようになる。

$$E(t) = E_m s(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (9)$$

ここで、 $s(t)$ はデジタル振幅変調に関するものであり、振幅変調に伴う位相変化、及び独立した位相変調分は無いとする。また、 $\cos(\dots)$ は中心角周波数 ω_c の光搬送波を表す。 $\theta(t)$ は位相揺らぎを表す項であり、スペクトル線幅が 0 でないことを表現するためのものである。

$E(t)$ の自己相関関数 $\phi_{EE}(\tau)$ は、

$$\phi_{EE}(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} E(t)E(t+\tau)dt \quad (10)$$

ここで、被積分関数を計算する。

$$\begin{aligned} E(t)E(t+\tau) &= E_m^2 s(t)s(t+\tau) \cos[\omega_c t + \theta(t)] \cos[\omega_c(t+\tau) + \theta(t+\tau)] \\ &= E_m^2 s(t)s(t+\tau) \frac{1}{2} \\ &\quad \times \{\cos[\omega_c(2t+\tau) + \theta(t) + \theta(t+\tau)] + \cos[\omega_c\tau + \theta(t+\tau) - \theta(t)]\} \end{aligned} \quad (11)$$

右辺{}内の第一項は $s(t)s(t+\tau)$ よりも非常に速く正負に変化するため、時間積分すると 0 になる。従って、 $E(t)$ の自己相関関数 $\phi_{EE}(\tau)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_{EE}(\tau) &= \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} E_m^2 s(t)s(t+\tau) \frac{1}{2} \cos[\omega_c\tau + \theta(t+\tau) - \theta(t)] dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} E_m^2 \langle s(t)s(t+\tau) \rangle_{av} \left\langle \frac{1}{2} \cos[\omega_c\tau + \theta(t+\tau) - \theta(t)] \right\rangle_{av} dt \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、無限区間に渡る時間平均を、集合平均 $\langle \dots \rangle_{av}$ とデジタル信号一周期 T にわたる積分で置き換えている。また、デジタル信号と光電界の位相揺らぎは独立な確率現象であるから、集合平均を別々に求めて、それらの積をとっている。

光電界のスペクトル幅理論¹⁾から、(12)式の被積分関数の第二項は、時間 t に依らず次のようになる。

$$\begin{aligned} &\left\langle \frac{1}{2} \cos[\omega_c\tau + \theta(t+\tau) - \theta(t)] \right\rangle_{av} \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \cos[\omega_c\tau + \Delta\theta] p_r(\Delta\theta) d(\Delta\theta) \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \cos[\omega_c\tau + \Delta\theta] \frac{1}{2\pi\sqrt{\Delta f|\tau|}} \exp\left[-\frac{(\Delta\theta)^2}{4\pi\Delta f|\tau|}\right] d(\Delta\theta) \\ &= \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \cos(\omega_c\tau) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、

$$p_r(\Delta\theta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\Delta f|\tau|}} \exp\left[-\frac{(\Delta\theta)^2}{4\pi\Delta f|\tau|}\right] \quad (14)$$

は、或る時刻の位相 $\theta(t)$ と、時間 τ だけ後の時刻の位相 $\theta(t+\tau)$

との位相差 $\Delta\theta = \theta(t+\tau) - \theta(t)$ の確率分布を与える関数である。スペクトル線幅を Δf とするとき、分散 $\sigma^2 = 2\pi\Delta f \tau$ のガウス分布になる。この位相確率分布は、位相がランダムウォークしてスペクトル線幅が広がる場合に用いられる¹⁾³⁾。この関数は τ に関する偶関数である。

(13)式を(12)式へ代入すると、

$$\begin{aligned}\phi_{EE}(\tau) &= \frac{E_m^2}{T} \int_0^\tau \langle s(t)s(t+\tau) \rangle_{av} dt \cdot \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \cos(\omega_c\tau) \\ &= E_m^2 \phi_{ss}(\tau) \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \cos(\omega_c\tau) \quad (15)\end{aligned}$$

ここで、 $\phi_{ss}(\tau)$ はデジタル信号の自己相関関数である。

Wiener-Khinchine の定理から、パワースペクトル密度は自己相関関数のフーリエ変換に等しい。

$$w_{EE}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{EE}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \quad (16)$$

(15)式の右辺は二つの関数の積になっているから、右辺全体のフーリエ変換は、各々のフーリエ変換の畳み込みとなる。 $\phi_{ss}(\tau)$ のフーリエ変換(=パワースペクトル密度)を $w_{ss}(f)$ とし、関数

$1/2 \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \cos(\omega_c\tau)$ のフーリエ変換を $w_{\theta\theta}(f)$ とすると、

$$w_{EE}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{ss}(f') w_{\theta\theta}(f-f') df' \quad (17)$$

デジタル信号単体のパワースペクトル密度 $w_{ss}(f)$ の計算方法は次節で述べる。一方、 $w_{\theta\theta}(f)$ を求めると、次式のように中心周波数 $f_c = \pm\omega_c/(2\pi)$ 、半値全幅 Δf のローレンツスペクトルとなる。

$$\begin{aligned}w_{\theta\theta}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \cos(\omega_c\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{\Delta f/(2\pi)}{(\Delta f/2)^2 + (f_c + f)^2} + \frac{\Delta f/(2\pi)}{(\Delta f/2)^2 + (f_c - f)^2} \right] \quad (18)\end{aligned}$$

スペクトル線幅 $\Delta f \rightarrow 0$ の極限では、 $w_{\theta\theta}(f)$ は $w_{\theta\theta}(f) \rightarrow [\delta(f+f_c) + \delta(f-f_c)]/4$ となる。

デジタル信号単体のパワースペクトル密度 $w_{ss}(f)$ が分かれば、(17)式の畳み込み積分を計算することにより、光電界のパワースペクトル密度 $w_{EE}(f)$ が求まる。 Δf が変調によるスペクトル広がり ($\sim 1/T$) よりも十分小さければ、 $w_{EE}(f)$ の連続スペクトル成分は、 $w_{ss}(f)$ の連続スペクトル成分が Δf だけ広がったものにほぼ等しい。また、 $w_{ss}(f)$ に線スペクトル成分があっても、 $w_{EE}(f)$ にはスペクトル線幅 Δf の連続スペクトル成分として現れる。

次は、振幅変調に伴う位相変化、及び独立した位相変調分の効果を考慮して $w_{ss}(f)$ を求める。

4. パワースペクトル密度を求める一般式の導出

振幅変調はデジタル的 ON/OFF 変調であるとし、それに伴って周波数チャープ、及び独立した位相変調がかけられるとする。本来、振幅変調に伴う周波数チャープと、位相変調とは互いに独立であるが、計算上ではこれらを一緒にし、光搬送波の位相変化 $\theta_m(t)$ として表すことができる。

$$g_m(t) = g_{AM}(t) + \theta_{PM}(t) \quad (19)$$

振幅変調に伴う周波数チャープは $\frac{d}{dt} g_{AM}(t)$ として、また、

独立した位相変調は $\theta_{PM}(t)$ として取りこむ。パワースペクトル密度の一般的計算法を考える上では両者を区別する必要は無い。

また、デジタル変調が ON/OFF 変調であれば、 $\theta_m(t)$ は mark 時のみ考慮すればよいことになる。しかし、こういう扱いはかえって複雑になる。そこで、mark か space かに拘らず、常に $\theta_m(t)$ はビット周期 $T=1/f_B$ (f_B はビットレート) に等しい周期で作用していると考え。こうしても、space 時には振幅 0 が掛けられるため、矛盾は生じない。

デジタル信号は 0/1 で、mark の時のみ出力波形 $h(t)$ を生ずるとすると、出力電界 $E(t)$ は次のように表せる。

$$E(t) = E_m \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t-nT) \right\} \cos[\omega_c t + \theta_m(t) + \theta(t)] \quad (20)$$

ここで、 a_n は n タイムスロットが mark ならば 1、space ならば 0 となる確率変数である。 ω_c は光搬送波の中心角周波数、 $\theta(t)$ はスペクトル線幅を取り込むための位相揺らぎを表す。(20)式を用いて、出力電界 $E(t)$ の自己相関関数を計算する。

$$\begin{aligned}\phi_{EE}(\tau) &= \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} E(t)E(t+\tau) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^\tau \langle E(t)E(t+\tau) \rangle_{av} dt \quad (21)\end{aligned}$$

ここで、集合平均部分を計算する。この計算がパワースペクトル密度を求める上で最も重要である。集合平均では、デジタル信号の確率的性質に関する平均と、LD の位相揺らぎ (スペクトル線幅) に関する平均とを実行する必要がある。この二つは独立であるから、順に平均計算をすればよい。

まず、LD の位相揺らぎに関する平均を実行する。

$$\begin{aligned}\langle E(t)E(t+\tau) \rangle_{LDav} &= \\ E_m^2 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_n a_m h(t-nT)h(t+\tau-mT) \right\} \\ &\times \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \cos[\omega_c\tau + \theta_m(t+\tau) - \theta_m(t)] \quad (22)\end{aligned}$$

次に、デジタル信号の確率的性質に関する平均を実行する。 $\theta_m(t)$ が無い場合には、 $\{\}$ の中のみについて考えればよい。そのときでも一般には符号則に従って評価することになり、複雑である。ここでは簡単化のため、デジタル信号の各タイムスロットは独立とし、mark 率は p とする。

$\theta_m(t)$ が周期 T の周期関数であることを利用すると、以下に示すように、その影響を波形 $h(t)$ と一緒にして扱うことができる。

(22)式の \cos 部分を複素表示し、 $\theta_m(t \pm nT) = \theta_m(t)$ を用いると、

$$\begin{aligned} \langle E(t)E(t+\tau) \rangle_{LDav} &= \\ E_m^2 \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) &\left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_n^* a_m h(t-nT)h(t+\tau-mT) \right\} \times \\ \frac{1}{2} [\exp\{j[\omega_c\tau + \vartheta_m(t+\tau) - \theta_m(t)]\} &+ \exp\{-j[\omega_c\tau + \vartheta_m(t+\tau) - \theta_m(t)]\}] \\ = E_m^2 \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \frac{1}{2} \exp(j\omega_c\tau) & \\ \times \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_n^* a_m h(t-nT) \exp[-j\theta_m(t-nT)] &h(t+\tau-mT) \exp[j\theta_m(t+\tau-mT)] \right\} + \\ E_m^2 \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \frac{1}{2} \exp(-j\omega_c\tau) & \\ \times \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_n^* a_m h(t-nT) \exp[j\theta_m(t-nT)] &h(t+\tau-mT) \exp[-j\theta_m(t+\tau-mT)] \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

デジタル信号の確率的性質に関する平均では、上式の $\{\}$ 内について計算すればよい。これを振幅変調のみの場合の計算手法⁴⁾と比較すると、mark 時の出力波形としてを $h(t)\exp[j\theta_m(t)]$ 、または $h(t)\exp[-j\theta_m(t)]$ を考えればよいことが分かる。そこで、あらためて mark 時の複素出力波形 $g(t)$ を次のように定義する。

$$g(t) = h(t)\exp[-j\theta_m(t)] \quad (24)$$

純粋なデジタル振幅変調を表す $h(t)$ は実関数であるが、 $g(t)$ は周波数チャープと位相変調の影響を表す $\theta_m(t)$ を含んだ複素関数になる。これを用いると、光電界の自己相関関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_{EE}(\tau) &= E_m^2 \frac{1}{2} \exp(-\pi\Delta f|\tau|) \frac{1}{2} \exp(j\omega_c\tau) \frac{1}{T} \\ \times \left\{ p \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)g(t+\tau)dt + p^2 \left(\sum_{k=-\infty}^{-1} + \sum_{k=1}^{\infty} \right) \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)g(t+\tau-kT)dt \right\} + c.c. \end{aligned} \quad (25)$$

τ について Fourier 変換すれば光電界のパワースペクトル密度が求まる。この式は、(17)式と同様に、スペクトル線幅の影響は畳み込みの形で入ることを表している。 $\exp(-\pi\Delta f|\tau|)$ の項がスペクトル線幅の影響を表す。

見通しよくするために、スペクトル線幅の影響と、デジタル変調に伴う影響とを分離して検討する。前者については、

3節において、ローレンツスペクトルになることを述べた。後者については、(25)式で $\Delta f \rightarrow 0$ とすればよい。この時の光電界の自己相関関数を $\phi_{EE}(\tau)_{mod}$ と定義する。

$$\begin{aligned} \phi_{EE}(\tau)_{mod} &= E_m^2 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \exp(j\omega_c\tau) \frac{1}{T} \\ \times \left\{ p \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)g(t+\tau)dt + p^2 \left(\sum_{k=-\infty}^{-1} + \sum_{k=1}^{\infty} \right) \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)g(t+\tau-kT)dt \right\} + c.c. \end{aligned} \quad (26)$$

この Fourier 変換がデジタル変調(位相変調分を含む τ)に伴うパワースペクトル密度 $w(f)_{mod}$ である。(2)(3)式の関係を用いて Fourier 変換を計算すると、(27)式が得られる。ここで、 $f' = f - f_c$ 、 $f'' = f + f_c$ であり、 $f_c = \omega_c/(2\pi)$ は光搬送波の中心周波数である。(27)式は、mark 時の送出波形が $g(t)$ であるパワースペクトル信号のパワースペクトル密度を、周波数軸上で $\pm f_c$ だけずらすと光電界のパワースペクトル密度になることを示している。 $+f_c$ だけずらすのが右辺第一項、 $-f_c$ だけずらすのが第二項である。両側パワースペクトル密度で考えているため、このような $+f_c$ を中心とする成分と、 $-f_c$ を中心とする成分が現れる。 $\pm f_c$ だけずらすのは単なる平行移動で、パワースペクトル密度の外形は変わらない。現実には、 $+f_c$ を中心とする成分のみを考えて、その値を二倍すれば全体の値となる。

$$\begin{aligned} w(f)_{mod} &= \frac{E_m^2}{4T} G^*(f')G(f') \left\{ p + p^2 \left(\sum_{k=-\infty}^{-1} + \sum_{k=1}^{\infty} \right) \exp(-j2\pi f' kT) \right\} + \\ \frac{E_m^2}{4T} G^*(-f'')G(-f'') &\left\{ p + p^2 \left(\sum_{k=-\infty}^{-1} + \sum_{k=1}^{\infty} \right) \exp(-j2\pi f'' kT) \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

(27)式中の \sum の部分は、次の公式を用いて連続スペクトルと線スペクトルに分解できる。

$$\left(\sum_{k=-\infty}^{-1} + \sum_{k=1}^{\infty} \right) \exp(-j2\pi f kT) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_B) - 1 \quad (28)$$

これから、

$$\begin{aligned} w(f)_{mod} &= \frac{E_m^2}{4T} \left\{ p(1-p)G^*(f')G(f') + \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G^*(nf_B)G(nf_B)\delta(f' - nf_B) \right\} \\ + \frac{E_m^2}{4T} &\left\{ p(1-p)G^*(-f'')G(-f'') + \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G^*(nf_B)G(nf_B)\delta(f' + nf_B) \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

(29)式がデジタル変調(位相変調分を含む τ)に伴うパワースペクトル密度 $w(f)_{mod}$ を求める一般公式である。LD のスペクトル線幅の

影響を取り入れるためには、相関関数が $\exp(-\pi\Delta f|\tau|)$ であるパワースペクトル密度 $w(f)_{LD}$ との畳み込みを計算すればよい。

$$w(f)_{LD} = \Im[\exp(-\pi\Delta f|\tau|)] \\ = \frac{\Delta f}{2\pi} \cdot \frac{1}{f^2 + (\Delta f/2)^2} \quad (30)$$

これは、中心周波数 0、半値全幅 Δf のローレンツスペクトルである。中心周波数が 0 となったのは、光搬送波の角周波数に関係した項 $\exp(\pm j\omega_c\tau)$ を、既に(26)式で取り入れているからである。

5. パワースペクトル密度計算の具体化

前節の結果から、mark 時の出力波形を $g(t)=h(t)\exp[-j\theta_m(t)]$ として、 $g(t)$ の Fourier 変換 $G(f)$ を計算できればよい。この時、次の点に注意する必要がある。

- (1) 振幅変調 $h(t)$ は、タイムスロット $[0, T]$ での mark に対応したものであり、区間 $[0, T]$ でのみ 0 ではなく、それ以外の時刻では 0 である。 $g(t)$ も同様である。
- (2) 周波数チャープと位相変調の効果を表す関数 $\theta_m(t)$ は、周期 T の周期関数である。

(4) 式の周波数領域における畳み込みを用いると、 $G(f)$ は次のようになる。

$$G(f) = \Im\{g(t)\} \\ = \int_{-\infty}^{\infty} H(f')\Theta(f-f')df' \quad (31)$$

ここで、 $H(f)$ は $h(t)$ の Fourier 変換、 $\Theta(f)$ は $\exp[-j\theta_m(t)]$ の Fourier 変換である。 $H(f)$ は RZ 波形、或いは NRZ 波形の Fourier 変換になり、その計算は容易である。

一方、 $\Theta(f)$ の計算は次のようにして行う。 $\theta_m(t)$ は、周期 T の周期関数であるから、Fourier 級数に展開できる。あとの計算に都合がよいように、sin 成分のみで表すことにする。直流成分は無意味なので考慮しない。

$$\theta_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n \sin(2\pi n f_B t + \phi_n) \quad (32)$$

$\theta_m(t)$ の関数形によって、係数 θ_n 、位相 ϕ_n が決まる。Bessel 関数を用いて展開すると、

$$\exp[-j\theta_m(t)] = \exp\left[-j\sum_{n=1}^{\infty} \theta_n \sin(2\pi n f_B t + \phi_n)\right] \\ = \prod_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\theta_n) \exp\{-jm(2\pi n f_B t + \phi_n)\} \right) \quad (33)$$

(33) 式は $\exp[-j\theta_m(t)]$ を複素 Fourier 級数に展開した形である。従って、この Fourier 変換 $\Theta(f)$ は、周波数 $(-\infty, +\infty)$ にわたって、周波数間隔 f_B で適当な振幅の δ 関数が並んだもの

となる。その形を次のように表現する。

$$\Theta(f) = \Im\{\exp[-j\theta_m(t)]\} \\ = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Theta_k \delta(f - kf_B) \quad (34)$$

Θ_k は、 $\exp[-j\theta_m(t)]$ を複素 Fourier 級数に展開した時の第 k 項 $\exp(j2\pi k f_B t)$ の展開係数である。(31) 式から、 $H(f)$ を Θ_k 倍して kf_B だけずらして重ね合わせるにより $G(f)$ のスペクトルが得られる。

実用上は、 $\theta_m(t)$ の変化は変調器の応答速度で制限される。応答速度を 40GHz 程度と見積もれば、 $f_B=12\text{Gb/s}$ では (34) 式で \pm 第三項までとればよいことになる。

6. まとめ

高密度波長多重方式への適用を目的として、光デジタル信号に強度変調と位相変調が同時に加えられる場合のパワースペクトル密度計算手法を検討した。ベースバンドデジタル波形が複素波形であるとして取り扱うことにより、従来の計算手法に帰着できることが分かった。

謝辞

本論文は、文部科学省平成14年度科学研究費補助金(基盤研究(C)(2)、課題番号14550042「多縦モード半導体レーザにおける相互注入同期とその応用に関する研究」)の助成を受けて行われた研究の成果の一部である。記して謝意を表する。

参考文献

- [1] J.A. Armstrong, "Theory of interferometric analysis of laser phase noise", *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 56, No. 8, pp. 1024-1031 (1966).
- [2] M. Sargent III, M.O. Scully, and W.E. Lamb, Jr., *Laser Physics* (Addison-Wesley, Reading, 1993) Sixth printing, pp. 310-315.
- [3] 森正和、鈴木基仁、水池秀仁、後藤了祐、後藤俊夫、山根一雄: 位相同期ループモデルによる分布帰還型半導体レーザの相互注入同期の解析, 愛知工業大学研究報告, No. 35-B, pp. 221-228 (2000)
- [4] 猪瀬博編: PCM 通信の基礎と新技術, 第3章, 産報出版 (1968)

(受理 平成15年3月19日)